# 國立金門農工100年教師甄選數學試卷

壹、填充題：（每題5分）

1. 已知正六邊形ABCDEF的邊長為1，則$\overrightarrow{AC}\bullet\overrightarrow{AD}=$________

2. 多項式$(x^5+x^2+2x+3)^3$被$x^4+x+1$除之餘式為__________

3. 若2i為實係數方程式$x^3-2x^2+ax+b=0$之一根，則(a, b)=__________

4. 設$\varpi=\cos\frac{2\pi}{7}+i\sin\frac{2\pi}{7}$，則$\varpi^{63}+\varpi^{64}+\varpi^{65}+\cdots\cdots+\varpi^{490}$之值為__________

5. 解$x(x-2)^2(x-3)(2x^2-x+1)<0$：__________________

6. 一雙曲線與橢圓$\frac{(x+2)^2}{9}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$有相同的焦點且貫軸長為4，則此雙曲線方程式為____________________

7. 函數$f(x)=\frac{2x}{1+x^2}$圖形的反曲點為____________

8. 6男4女共10名學生擔任本周值日生，導師規定本周五個上課日中，每天要2名值日生，且每天至少一名男生，則本週安排值日生之方式共有_________種

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{4n+2}-\sqrt{4n+1}}{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}=$__________

10. $\int_0^3\frac{x}{\sqrt{4-x}}dx=$__________

11. 發行每張100元的彩券3萬張，其中1張獎金20萬元，5張獎金10萬元，30張獎金2萬元，200張獎金2千元，400張獎金1千元，問“購買此彩券一張”之期望值為________元。

12. 若兩等差數列前n項和之比為（3n－1）：（2n＋4），則此兩數列的第五項之比為________。

13. 設 $z=\frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$，則使 $z^n$ 為實數之最小正整數 $n=$________。

14. 設 $f(x)$以 $x-2$ 除之餘 29，以 $x^2+2x+4$ 除之餘 $3x-1$ 則 $f(x)$以$(x-2)(x^2+2x+4)$除之其餘式為____.

15. $A(2, -5)$，$L$: $x-2y+3=0$，若點 $B$ 與點 $A$ 對直線 $L$ 對稱，則 $B$ 點座標為__________.

貳、計算題(每題 5 分)

1. 已知 $\frac{\pi}{2}<\beta<\alpha<\frac{3}{4}\pi$，且 $\cos(\alpha-\beta)=\frac{5}{13}$，$\sin(\alpha+\beta)=\frac{-4}{5}$，求 $\sin 2\alpha$ 之值為何?

2. 方程式 $\log_6 x+\log_6(x^2+2x-5)=1$，其所有根之和為何?

3. 設 $\omega$ 為 $x^3=1$ 之一虛根，若無窮級數 $1+\frac{1}{2}\omega+\frac{1}{4}\omega^2+\cdots\cdots+\frac{1}{2^n}\omega^n+\cdots\cdots$ 之和為 $\alpha+\beta\omega$，其中 $\alpha$ ,$\beta$ 皆為實數，則數對 $(\alpha, \beta)=$?

4. 一袋中有 4 白球、3 紅球、5 黑球，每次取出一球，取後不放回，則紅球先取完之機率為何？

5. 設 $a,b$ 均為正數，且 $f(x)=(x+a)(x+b)$，則 $\frac{f'(a)}{a}+\frac{f'(b)}{b}$ 之最小值為何?