

桃園縣九十五學年度國民中學教師甄選【專門科目：數學】試題

- ※注意事項：1. 答案一律寫在答案本上，如寫在試題卷上不予計分。
 2. 不必抄題，但應標明題號，依序作答。(順序請由左至右，由上而下。)
 3. 作答完畢，請將試題及答案本一併交回。
 4. 本試題共 2 頁。

第一部份：選擇題 (共 20 題，每題 3 分)

1. 下列何式不成立? (A) $\sqrt{2} \times \sqrt{-3} = \sqrt{6}i$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-3}}$
 $= \sqrt{\frac{2}{3}}i$ (C) $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}i$ (D) $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

2. 數列 1、1、2、3、5、8、13、21、34... 稱為費波那契 (Fibonacci) 數列，則後項比前項的比值將趨近於
 (A) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (C) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (D) 2

3. 設 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, 則以下何者不真?
 (A) $\sin B = \cos B$ (B) $\sin A < \sin B < \sin C$
 (C) $\cos A < \cos B < \cos C$ (D) $\sin A = \cos C$

4. x 趨近於 0 時，下列何式的極限「不為 1」?
 (A) $\frac{\sin x}{x}$ (B) $\frac{1-\cos x}{x^2}$ (C) $\frac{\tan x}{x}$ (D) $\frac{\cos x}{x}$

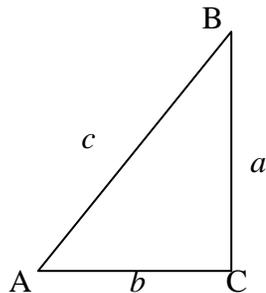
5. 關於餘弦「cosine」的知識表徵，下列何者不當?

如下圖：(A) 若 $\angle C$ 為直角，則 $\cos A = \frac{AC}{AB}$

(B) 若 $\angle C$ 為直角，則 $\cos C = 0$

(C) 若 $\angle C$ 不為直角，則 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

(D) $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$



6. 關於餘弦函數「 $f(x) = \cos x$ 」的敘述，下列何者不當?

(A) 為週期函數 (B) $\frac{d}{dx} \cos x = \sin x$

(C) $\int_0^{\pi} \cos x dx = 1$ (D) 為對稱函數

7. 設 α, β 是二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩個非零根，若 $\frac{\alpha}{\beta}$ 和 $\frac{\beta}{\alpha}$ 是方程式 $ex^2 + fx + 1 = 0$ 的兩個根，則 f 的值是多少?

(A) $2 - \frac{b^2}{ac}$ (B) $\frac{b^2}{ac} - 2$ (C) $2 - \frac{b^2}{c}$ (D) $\frac{b^2}{c} - 2$

8. 將 1, 2, 3, 4, 5, 6 這六個數字任意寫成六位數(數字不重複)，試問這個六位數正好是 6 的倍數的機率是多少?

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

9. 將 $(x+y+z+u+v+r+s+t)^2$ 乘開化簡後共有多少個不同的項? (A) 24 (B) 36 (C) 45 (D) 55

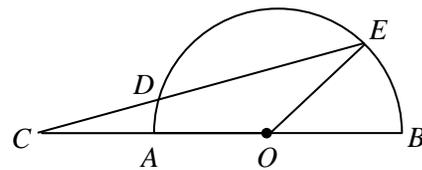
10. 將 $(2x^2 + \frac{1}{x})^9$ 展開化簡後，不含 x 的項之係數是多少?
 (A) 484 (B) 596 (C) 672 (D) 778

11. 方程式 $x^2 + 2y^2 - 4x + 12y + 22 = 0$ (x, y 為實數) 的圖形為 (A) 一點 (B) 一圓 (C) 一橢圓 (D) 一拋物線

12. 如下圖， \overline{AB} 為半圓的直徑， O 為圓心， D 在半圓上，

$\overline{CD} = \overline{OA}$ ，若 $\angle EOB = 48^\circ$ ，則 $\angle ECO$ 為多少度?

(A) 12° (B) 16° (C) 20° (D) 24°



13. 設 \overline{AB} 和 \overline{CD} 是圓 O 的直徑且 \overline{AB} 垂直 \overline{CD} ，弦 \overline{AP} 交 \overline{CD} 於 Q ，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AP} = 8$ ，則 Q 到圓心 O 的距離是多少?

(A) $\frac{15}{4}$ (B) $\frac{11}{3}$ (C) $\frac{7}{2}$ (D) 4

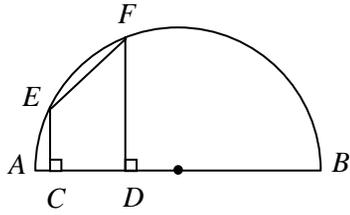
14. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ 的值為多少?

(A) 128 (B) 64 (C) -64 (D) -128

15. 設 a 為大於 1 的整數，若 $(\log_a x)(\log_3 a) = \frac{7}{2}$ ，則 x 的值

是多少? (A) $\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3}$ (C) $9\sqrt{3}$ (D) $27\sqrt{3}$

16. 如下圖， \overline{AB} 是半圓的直徑， C 和 D 在 \overline{AB} 上， \overline{CE} 和 \overline{FD} 垂直 \overline{AB} ， E 和 F 在半圓上。若 $\overline{AB} = 26$ ， $\overline{AC} = 1$ ， $\overline{CD} = 7$ ，則 \overline{EF} 的長是多少？
- (A) $7\sqrt{3}$ (B) $7\sqrt{2}$ (C) $6\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{2}$



17. 試求 $\sum_{k=1}^{180} \cos 2k^\circ$ 之值？
- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2
18. 若將 $10 \times 10 \times 10$ 的正立方體切成 $1 \times 1 \times 1$ 的正立方體。問表面積增加幾倍？
- (A) 100 (B) 10 (C) 1000 (D) 10000
19. 若已知三向量 $\vec{a} = (4, -5, 3)$ ， $\vec{b} = (7, 5, 4)$ ， $\vec{c} = (5, -4, 3)$ ，則此三向量所決定的平行六面體體積為何？
- (A) 13 (B) 17 (C) 30 (D) 35
20. 四分位差可看一組數的：
- (A) 中間位置
(B) 集中趨勢
(C) 最大值
(D) 最小值

第二部份：選擇題（共 10 題，每題 4 分）

21. 設 n 是任意正整數，下列何者恆正確？
- (甲) $(n+1)^n > n^{n+1}$ (乙) $n \sin \frac{1}{n} < 1$ (丙) $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$
- (A) 僅(丙)恆正確
(B) 僅(甲), (乙)恆正確
(C) 僅(乙), (丙)恆正確
(D) (甲), (乙), (丙)都恆正確

22. 在複數平面上，滿足 $|z+1| = 4 - |z-1|$ 的點形成什麼樣的圖形？
- (A) 一圓
(B) 兩條相交直線
(C) 一橢圓
(D) 一雙曲線

23. 設 $f(x) = \frac{a\sqrt{x^2+9}-b}{x-4}$ ，其中 a, b 為常數。若 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ 且極限 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ 存在，則 b 之值為何？
- (A) 5 (B) 4 (C) 2 (D) 1

24. 若 $x^3 + 3x^2 - 6x + k = 0$ 的三個根成等差數列，則 k 的值是多少？(A) -8 (B) -6 (C) 2 (D) 5
25. 下列哪一個選項中的曲線有相同的圖形？

- (A) $y = 2x$ 和 $\sqrt{y} = \sqrt{2x}$
(B) $x^2 + y^2 = 25$ 和 $y = \sqrt{25 - x^2}$
(C) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$ 和 $x + y = 9$
(D) $x^2 + y^2 = 1$ 和 $\sqrt{x^2 + y^2} = 1$

26. 設 A 是一個三位數，其各位數字都不是 0，且其中某一位數字是其他兩位數字的和(例如：235, 716, ...)。試問這種 A 共有幾個？(A) 60 (B) 96 (C) 108 (D) 120

27. 設 $z^3 + i = 0$ 之三根分別為 i, z_1, z_2 則下列何者正確？
- (A) $(z_1 - \bar{z}_1)(z_2 - \bar{z}_2) = -1$ (B) $(z_1 + \bar{z}_1)(z_2 + \bar{z}_2) = 1$
(C) $z_1 - z_2 = 1$ (D) $z_1 + z_2 = 1$

28. 級數 $\frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \dots + \frac{n}{5^n} + \dots = ?$
- (A) $5/16$ (B) $4/5$ (C) $1/16$ (D) $1/5$

29. 求二歪斜線 $L_1: \frac{x-7}{4} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+6}{-1}$ 與

$$L_2: \frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-1}{-2}$$
 之公垂線段長？

- (A) $\sqrt{89}$ (B) $\sqrt{78}$ (C) $\sqrt{74}$ (D) 17

30. 若 $\log_{1/3} \log_3 x > 1$ ，則 x 的範圍為？

- (A) $0 < x < \sqrt[3]{3}$
(B) $1 < x < \sqrt[3]{3}$
(C) $2 < x < \sqrt[3]{3}$
(D) $x < \sqrt[3]{3}$