

100 基隆高中第一學期第一次

(印象中的題目)

1. $f(x)$ 為一 2010 次多項式，滿足 $f(k) = \frac{1}{k}$ ，其中 $k = 1, 2, 3, \dots, 2010$ ，求 $f(2012)$ 之值？
2. 設 $a \in \mathbb{R}$ ，且 $x^3 + x^2 - x + a = 0$ 有一虛根 $\cos \theta + i \sin \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)
(1) $\theta = ?$ (2) $a = ?$ 其他根？
3. 數列 $\langle a_n \rangle$ 中 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + a_n}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$
(1) $a_n = ?$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$
4. 設 a, b, c 皆為不等於 1 的正數，且 $\log_a 11 + \log_b 11 + \log_c 11 = \log_{abc} 11$ 求
 $ab + bc + ca - abc(a + b + c) + (abc)^2$
5. 設 A 為圓心 $O(0, a)$ ，半徑 1 的圓上之點 $a \in \mathbb{R}$ ， P 為拋物線 $y = x^2$ 上之點，
求 \overline{AP} 之最小值(以 a 表示)
6. 投擲一骰子四回出現點數依次為 a, b, c, d ，若在直角坐標平面上有兩點
 $P(a, b)$ ， $Q(c, d)$ ，若兩點距離 X ，求 $X > \sqrt{2}$ 之機率
7. $A(0, 0, 6)$ ， $B(0, 0, 20)$ 為空間中兩定點， $P(x, y, 0)$ 為一動點，若 $0 \leq x \leq 15$ ，
 $0 \leq y \leq 15$ ， $\angle APB \geq 30^\circ$ 。求 P 點之軌跡所成之面積
8. 空間中三點 $O(0, 0, 0)$ ， $A(1, 0, 0)$ ， $B(0, 1, 1)$ ，今在 \overline{AB} 上取兩點 P, Q 使得，
 $\angle OPQ = \angle OQP = \frac{\pi}{4}$ 其中 P 點 x 坐標不小於 Q 點 x 坐標，若 P 點對 xy 平面的
垂足為 R ，四面體 $OPQR$ 之體積為？