

# 臺北市九十三學年度國中教師聯合甄選數學專業科目試題

選擇題（採雙面列印，共 40 題，每題 1.5 分，計 60 分）

21. 某種彩券開獎，各獎項獎金的分配方式依表(一)比例分配。若某一期的頭獎獎金為 9000 萬元，則該期貳獎獎金約為多少萬元？  
(用四捨五入法取到萬元)

(A)236 (B)1080 (C)2842 (D)3420

表(一)

資金分配方式	
獎項	分配比例
頭獎	38%
貳獎	12%
參獎	15%
肆獎	35%

22. 坐標平面上直線  $4x + 3y = 12$  交  $x$  軸於 A 點，交  $y$  軸於 B 點。若 O 為原點，I 為  $\triangle AOB$  為內心，則  $\triangle AIB$  的面積 = ？

(A)2 (B) $\frac{5}{2}$  (C)4 (D)5

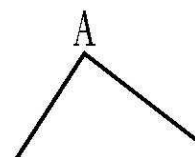
23. 如右圖，已知  $\triangle ABC$  中  $\overline{AB} < \overline{AC} < \overline{BC}$ 。求作：一圓的圓心 O，使得 O 在  $\overline{BC}$  上，且圓 O 與  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  皆相切。下列四種作法中，哪一種是正確的？

(A) 作  $\overline{BC}$  的中點 O

(B) 作  $\angle A$  的平分線交  $\overline{BC}$  於 O 點

(C) 作  $\overline{AC}$  的中垂線，交  $\overline{BC}$  於 O 點

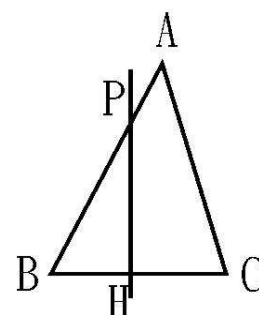
(D) 自 A 點作一直線垂直  $\overline{BC}$ ，交  $\overline{BC}$  於 O 點



24. 如右圖，在  $\triangle ABC$  中， $\overline{BC}$  的中垂線分別與  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  交於 P、H 兩點。

若  $\overline{BP} = 9$ 、 $\overline{AP} = 3$ 、 $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{PH} = 6\sqrt{2}$ ，則  $\triangle ABC$  的面積為何？

(A)27 (B)36 (C) $6\sqrt{2}$  (D) $24\sqrt{2}$



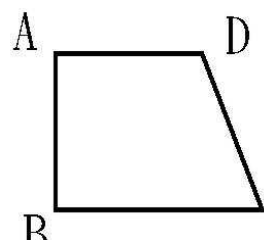
25. 如右圖，梯形 ABCD 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ； $\overline{AB} \neq \overline{DC}$ 。請問下列哪一種作圖法，可將此梯形分割為兩個面積相等的圖形？

(A) 連接  $\overline{AC}$

(B) 作  $\overline{BC}$  的中垂線 L

(C) 分別取  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  的中點 P、Q，連接  $\overline{PQ}$

(D) 分別取  $\overline{AD}$  和  $\overline{BC}$  的中點 H、K，連接  $\overline{HK}$



26. 小風想用一個遊戲的方法問出兩位朋友的年齡。

他說：「將你的年齡，先減 5，再平方，最後加上 25。所出現的數字將會是你今天的幸運數字喔！」

阿珠說：「我的是 89！」

阿花說：「我的是 146！」

若阿珠的年齡是 a，阿花的年齡是 b，則  $a + b$  的值會落在下列哪一個範圍內？

(A) $18 \leq a + b < 21$  (B) $21 \leq a + b < 24$  (C) $24 \leq a + b < 27$  (D) $27 \leq a + b < 30$

27. 將兩個二次函數  $y = 2x^2 + 1$  與  $y = 2x^2 - 1$  畫在同一坐標平面上，下列有關這兩個函數圖形關係的敘述，哪一個是錯誤的？

- (A) 有相同的開口方向 (B) 圖形都是拋物線 (C) 有相同的頂點坐標 (D) 有相同的對稱軸

28. 兩個罐子裝有相同重量的酒精溶液，其中水與酒精的重量比分別為 3:1 和 1:1，若將這兩罐溶液全倒入一個較大的容器中且沒有溢出，則後來所得的混合液中，水與酒精的重量比為何？

- (A) 2:1 (B) 4:1 (C) 3:2 (D) 5:3

29. 一群海盜在無名島上藏了第三批珠寶，先在島上 A 地藏第一批珠寶，然後向東走  $x$  公里，再向南走 5 公里到 B 地藏第二批珠寶，再循原路回到 A 地後，向西走 6 公里，再向北走 10 公里到 C 地藏第三批珠寶，如果 A、B、C 三地恰好在一條直線上，則  $x = ?$

- (A) 3 (B) 6 (C)  $\frac{25}{3}$  (D) 12

30. 超快網路咖啡店，提供順暢的上網服務，其收費標準如下：

(1) 基本費用：每次 50 元(可使用  $t$  分鐘)

(2) 超過  $t$  分鐘時：超過的部份每分鐘收費  $s$  元(不足 1 分鐘以 1 分鐘計)

小賢第一次至此店上網 120 分鐘，花了 130 元；第二次到同一家店上網 150 分鐘，花了 160 元。請問  $t$  為多少？

- (A) 40 (B) 45 (C) 50 (D) 55

31. 小方拿了一張長 80 公分、寬 50 公分的紙張，剛好剪出  $n$  個正方形(其面積大小可以不相同)。

請問  $n$  的最小值是多少？

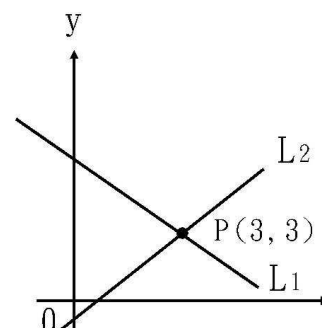
- (A) 3 (B) 5 (C) 10 (D) 40

32. 如右圖，在坐標平面上， $L_1$  為  $y = f(x)$  的一次函數圖形，

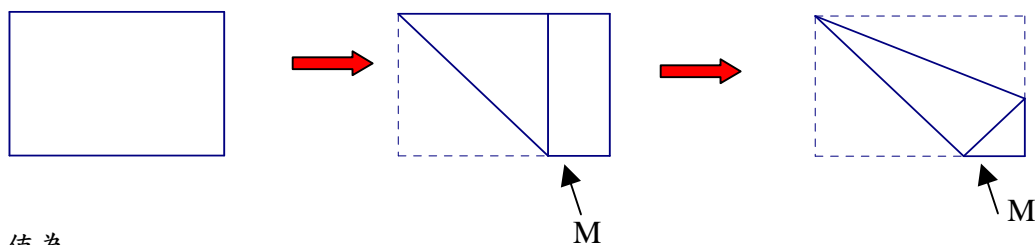
$L_2$  為  $y = g(x)$  的一次函數圖形， $L_1$ 、 $L_2$  相交於  $P(3, 3)$ 。

若  $a > 3$ ，則下列敘述何者正確？

- (A)  $f(a) - g(a) = a$  (B)  $f(a) - g(a) = 3$   
(C)  $f(a) = g(a)$  (D)  $f(a) < g(a)$



33. 將一長方形的紙張，將左下角往上對折，再將右上角往下對折，出現如下圖情形：

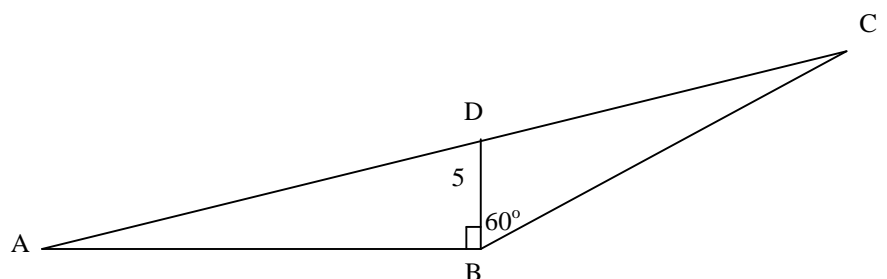


試問此紙張的長寬比值為

- (A)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  (B)  $\sqrt{2}$  (C) 1.5 (D)  $\frac{4}{3}$ 。

34. 如圖  $\triangle ABC$ ，其中  $D$  為  $\overline{AC}$  的中點， $\angle ABD = 90^\circ$ ， $\angle CBD = 60^\circ$ ，且  $\overline{BD} = 5$ ，試求  $\overline{AB}$  的長度等於多少？

- (A) 20 (B)  $10\sqrt{2}$  (C)  $10\sqrt{3}$  (D)  $10\sqrt{5}$ 。



35. 若一元二次方程式  $x^2 - (17 \times 19)x - (18)^2 = 0$  的兩根為  $a$ 、 $b$ ，且  $a > b$ ，則  $a + 18b = ?$

- (A) 306 (B) 307 (C) 308 (D) 309

36. 設  $a = \sqrt{11 \times 12 \times 13 \times 14 + 1}$ ， $b = \sqrt{21 \times 22 \times 23 \times 24 + 1}$ ，試求  $a + b = ?$

- (A) 650 (B) 660 (C) 670 (D) 680

37. 設  $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ， $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ， $c = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$ ，下列選項何者為真？

- (A)  $a > b > c$  (B)  $a < b < c$  (C)  $a = c > b$  (D)  $a = c < b$

38. 考慮一正立方體六個面的各中心點，則以其中四個中心點為頂點的正方形共有幾個？

- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8

39. 若將  $\frac{1}{4369} + \frac{1}{5911}$  化為最簡分數，則其分母為何？

- (A) 100487 (B) 100489 (C) 10280 (D) 25825159

40. 設  $P(x, y)$  為坐標平面上一點，且滿足  $\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2}$ ，那麼  $P$  點的位置在哪裡？

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

41. 試問有多少個正整數  $n$ ，使得  $\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \dots + \frac{100}{n}$  為整數？

- (A) 11 個 (B) 12 個 (C) 13 個 (D) 14 個

42. 已知一等差數列共有十項，且知其奇數項之和為 15，偶數項之和為 30，則下列哪一選項為此數列之公差？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

43. 如果  $n$  是一個實數，當  $n$  是多少時，下列聯立方程組無解？

$$\begin{cases} nx + y = 1 \\ ny + z = 1 \\ x + nz = 1 \end{cases}$$

- (A) -1 (B) -2 (C) 0.5 (D) 1

44. 如果將記號  $n_a!$  定義如下： $n_a! = n(n-a)(n-2a)(n-3a)\dots(n-ka)$

其中  $n, k, a$  均為正整數，且  $k$  是滿足不等式  $n > ka$  的最大整數。

請問  $\frac{72_8!}{18_2!}$  與下列何者的值相等？

- (A)  $4^5$  (B)  $4^6$  (C)  $4^8$  (D)  $4^9$

45. 有甲、乙兩部車行駛同樣的距離。甲車以每小時  $u$  公里的速率行駛一半的距離，再以每小時  $v$  公里的速率行駛另一半的距離。乙車則以每小時  $u$  公里的速率行駛一半的時間，另一半的時間則改以每小時  $v$  公里的速率行駛。如果甲車的平均速率是每小時  $x$  公里，乙車的平均速率是每小時  $y$  公里，那麼下列哪一個敘述恆正確？

- (A)  $x \leq y$  (B)  $x \geq y$  (C)  $x \neq y$  (D)  $x = y$

46. 將 $(1+2x-x^2)^4$ 展開所得的多項式中， $x^7$ 這一項的係數是多少？

- (A) -12 (B) -8 (C) 6 (D) 12

47. 若 $k$ 是使一元二次方程式 $2x(kx-4)-x^2+6=0$ 沒有實數根的最小整數，那麼 $k$ 值應該是多少？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

48. 下列是一些有關學習線型函數的敘述，請問哪一個敘述是錯誤的？

- (A) 「平面直角坐標系」是學習線型函數的先備知識  
(B) 「以符號代表數」是學習線型函數的先備知識  
(C) 「因式分解」是學習線型函數的先備知識  
(D) 「二元一次方程式」是學習線型函數的先備知識

49. 下列是一些有關線型函數的外在表徵的敘述，請問哪一個敘述是錯誤的？

- (A) 線型函數的圖形表徵與二元一次方程式的圖形表徵不太相同  
(B) 線型函數的代數式表徵是 $y=f(x)=ax+b$   
(C) 線型函數的圖形表徵是一條不垂直 $x$ 軸的直線  
(D) 判別坐標平面上一個圖形是否為線型函數？只需做 $x$ 軸的垂直線，然後看它與圖形是否恰有一個交點，如果恰有一個交點就是線型函數

50. 有一國際學會叫做 HPM，目標是要研究、推動將數學史融入數學教學。請問下列哪一選項跟 HPM 帶來的學習影響最不相關？

- (A) 多元文化觀 (B) 表達能力 (C) 為什麼要學數學 (D) 學生的認知發展

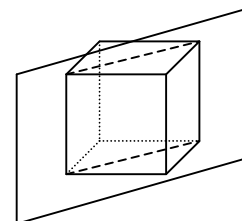
51. 下列哪一選項的角度，無法利用尺規作圖作出？

- (A)  $30^\circ$  (B)  $20^\circ$  (C)  $12^\circ$  (D)  $3^\circ$

52. 一個正方體，用一個平面從某一個角度切下去，可以截出一個長方形的截面，如右圖。

如果嘗試不同角度切出不同的截面，下面哪一個形狀是不可能截出的？

- (A) 平行四邊形 (B) 等腰梯形 (C) 正六邊形 (D) 等腰直角三角形



53 ~ 55

荷蘭人 van Hiele 將幾何思考型態，分為五個層次：

[層次 0] 視覺辨識 [層次 1] 分析 [層次 2] 非形式演繹 [層次 3] 演繹 [層次 4] 嚴密  
利用此理論回答下面三題：

53. 學生甲：『可以將兩個全等的直角三角形組合成一個長方形，所以直角三角形的面積是 $\frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ 』，

根據 van Hiele 幾何思考層次，試問學生甲當下的表現屬於哪一層次？

- (A) 層次 0 (B) 層次 1 (C) 層次 2 (D) 層次 3

54. 學生乙：『我用量角器量了幾個三角形的三個角，量出來的結果都是 180 度，所以三角形的三個內角和都是 180 度。』，根據 van Hiele 幾何思考層次，試問學生甲當下的表現屬於哪一層次？

- (A) 層次 0 (B) 層次 1 (C) 層次 2 (D) 層次 3

55. 學生丙會根據不同四邊形的性質來推論正方形、長方形與平行四邊形之間的相互包含關係，試問學生丙當下的表現屬於哪一層次？

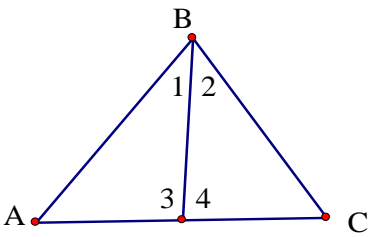
- (A) 層次 0 (B) 層次 1 (C) 層次 2 (D) 層次 3

56. 在坐標平面上，O 為其原點。將點 A(2,1)對直線  $y = 2x$  作鏡射得到對稱點 B，試問  $\cos(\angle AOB) =$   
 (A)0.28 (B)0.8 (C)0.64 (D)0.5
57. 方格子的每個方格邊長皆為 1 單位。以格子點為端點畫線段，試問下列選項中，哪些長度不會出現在以格子點為端點的線段中？  
 (A) $\sqrt{5}$  (B) $\sqrt{121}$  (C) $\sqrt{85}$  (D) $\sqrt{33}$
58. 某甲證明三內角和等於 180 度，可以不用平行公設，其證法如下：

(步驟1) { 如右圖，設任意三角形的三內角和為  $m^\circ$ ，因此  
 $\angle A + \angle 1 + \angle 3 = m^\circ$ ， $\angle C + \angle 2 + \angle 4 = m^\circ$

(步驟2) { 將兩式相加得出  
 $\angle A + \angle 1 + \angle 2 + \angle C + \angle 3 + \angle 4 = 2m^\circ$   
 因為  $\angle 1 + \angle 2 = \angle B$ ， $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，所以  
 $\angle A + \angle B + \angle C + 180^\circ = 2m^\circ$

(步驟3) { 因為  $\angle A + \angle B + \angle C = m^\circ$ ，因此  
 $m^\circ + 180^\circ = 2m^\circ$  得  $m^\circ = 180^\circ$   
 所以任意三角形三內角和為  $180^\circ$ 。



- 試選出下列正確選項  
 (A)某甲的證明沒有錯 (B)步驟 1 有錯誤 (C)步驟 2 開始錯誤 (D)步驟 3 開始錯了
59. 下列哪一種活動當做學習證明「平行四邊形的對角線互相平分」的先備活動較不適宜？  
 (A)摺紙操作 (B)用尺量 (C)尺規作圖 (D)用特例（正方形、長方形）檢驗
60. 內政部營建署從嚴規定，山坡地的坡度在 30% 以上不得開發為住宅用地，試問坡度 30% 的斜角最接近下列何值？  
 (A)15 度 (B)22.5 度 (C)30 度 (D)45 度

**臺北市九十三學年度國中教師聯合甄選  
 (數學)科目試題解答**

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	B	B	D	D	D	C	D	A	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	D	B	C	A	B	C	A	A	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	D	A	B	B	C	D	B
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	D	C	B	C	A	D	B	C	A

1. [國一]  $38\% : 9000 = 12\% : x \Rightarrow x \div 2842$
2. [國三] 易知為 3,4,5 的直角三角形。面積為 6， $\Delta AIB$  佔  $\frac{5}{12}$ ，故為  $\frac{5}{2}$ 。
3. [國二] 求作：一圓的圓心 O，使得 O 在  $\overline{BC}$  上，且圓 O 與  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  皆相切。  
畫線部分就是要做  $\angle A$  的角平分線。
4. [國三] 連  $\overline{PC} = \overline{PB} = 9$ ， $\Delta BPC = 18\sqrt{2}$ ， $\Delta ABC = 24\sqrt{2}$
5. [國二] 平分面積，所以將上底跟下底都平分，連線即可。
6. [國二] 可以解出阿珠是 13 歲，阿花是 16 歲。
7. [國三] 兩拋物線頂點分別為 (0,1), (0,-1)
8. [國一] 這種題目我也都偷機取巧，將 1:1 改為 2:2 再去跟 3:1 混合就會是 5:3。
9. [國三]  $x : 5 = 6 : 10 \Rightarrow x = 3$
10. [國一—變相的二元一次方程，某年基測考題]  

$$\begin{cases} 50 + s(120 - t) = 130 \\ 50 + s(150 - t) = 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 1 \\ t = 40 \end{cases}$$
11. [老梗題，實為費氏數列] 1,1,2,3,5,8 所以可以切出五個大小不同的正方形
12. [國一] 由圖形看，在  $x > 3$  之後， $g(x) > f(x)$ 。
13. [國二] 從摺法應該可以看出為  $\sqrt{2}$
14. [國二] 由 C 作垂線交  $\overline{AB}$  延長線於 E 點。由相似形可得  $\overline{CE} = 10$ ， $\overline{BE} = 10\sqrt{3}$ ，  
 $\overline{AB} = 10\sqrt{3}$ 。
15. [國二] 原式  $= (x - 324)(x + 1) = 0$ ，兩根為  $-1$ ，324。 $a + 18b = 324 - 18 = 306$
16. [國二]  $a = \sqrt{11 \times 12 \times 13 \times 14 + 1} = \sqrt{156 \times 154 + 1} = 155$   
 $b = \sqrt{21 \times 22 \times 23 \times 24 + 1} = \sqrt{506 \times 504 + 1} = 505$
17. [國一] 
$$\begin{cases} a^{12} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} \\ b^{12} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81} \\ c^{12} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64} \end{cases}$$
18. [國二] 這題需要一些空間的想像力，就知道在問空間的軸有幾個，所以 3。
19. [國一] 我用輾轉相除法求出  $(4369, 5911) = 100487$
20. [國二] 式子的意思是 P 到 (1,2) 與 (3,4) 的距離和為 (1,2) 到 (3,4) 的距離，換句話說，P 就在 (1,2) 與 (3,4) 的線段上，故在第一象限。

