

臺北市 94 學年度市立國民中學教師聯合甄選數學專業科目試題

一、選擇題：請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案（採雙面列印，共 30 題，每題 2 分，計 60 分）

21. $\overline{AB}=10$ 為一圓的直徑，若 C 點在此圓弧上，則 $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ 的最大值為何？
 (A) 50 (B) 100 (C) 150 (D) 200

22. 若 $-1 < x < 0$ ，則點 $(x + \frac{1}{x}, x - \frac{1}{x})$ 在第幾象限？
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

23. 已知 $mn \neq 0$ ，且 m, n 為一元二次方程式 $x^2 + mx + n = 0$ 的兩根，則 $n = ?$
 (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) -2

24. 已知 m 為正整數， $35 \leq m \leq 350$ ，且 m 被 5 除的餘數為 3，被 7 除的餘數為 4，則滿足這些條件的 m 值有幾個？
 (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

請先閱讀底下框內的敘述再回答接下來的二題（這二題中所有的數都是整數）：

一、Euclidean Algorithm：

若 a, b 為整數， $b \neq 0$ ，則存在整數 q, r ，使得 $a = bq + r$ ，其中 $0 \leq r < |b|$ 。

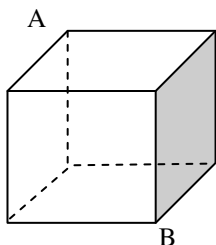
二、最大公因數：

若 a, b 為整數， c 為正整數，若 c 為 a 與 b 的公因數，且任何 a 與 b 的公因數都是 c 的因數，則稱 c 為 a 與 b 的最大公因數，以 (a, b) 表示。

25. 根據 Euclidean Algorithm， $(-11) \div (-3)$ 的餘數為何？
 (A) -1 (B) -2 (C) 1 (D) 2
26. 若 $a = bq + r$ ，其中 $0 \leq r < |b|$ ，則下列甲、乙、丙、丁中不正
確的有哪些？
 甲、 $(a, q) = (q, r)$ 乙、 $(-a, b) = (a, b)$ 丙、 $(a, r) | (b, r)$
 丁、 $(a, b) = (b, r)$
 (A) 甲、丙 (B) 甲、丁 (C) 乙、丙 (D) 乙、丁

27. 如右圖，一正方體從頂點 A 到頂點 B 的距離為 d ，則此正方體的體積為何？

- (A) $\frac{d^3\sqrt{3}}{9}$ (B) $\frac{d^3\sqrt{3}}{3}$
 (C) $3d^3\sqrt{3}$ (D) $9d^3\sqrt{3}$



28. 若 $t_1 = -1, t_2 = 1$ ，且 $t_n = \frac{n-3}{n-1} \cdot t_{n-2} (n \geq 3)$ ，則 $t_{2005} = ?$
 (A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) $\frac{-1}{2004}$

29. 下列哪一個條件會使 $a_1x + b_1 = 0$ 的解小於 $a_2x + b_2 = 0$ 的解？
 (A) $\frac{b_1}{a_1} < \frac{b_2}{a_2}$ (B) $\frac{b_2}{a_2} < \frac{b_1}{a_1}$ (C) $a_2b_1 < a_1b_2$ (D) $a_1b_2 < a_2b_1$

30. 有二人，每人投擲三個公正的硬幣一次，得到相同個數的正面之機率為何？
 (A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{9}{32}$ (C) $\frac{19}{64}$ (D) $\frac{5}{16}$

31. 設 a, b, c 為實數，下面甲、乙、丙中有哪些是錯誤的？
 甲： $|a| - |b| \leq |a| + |b|$ 乙： $|a + b - c| \leq |a + b + c|$
 丙： $|a| - |b| - |c| \leq |a - b - c|$
 (A) 甲、丙 (B) 乙 (C) 乙、丙 (D) 丙

32. 在單位長為 1cm 的坐標平面上，

有一個邊長為 6cm 的正六邊形，如

右圖， \overline{EF} 的中點 M 在 x 軸上。動

點 P 從 M 點開始，以每秒 2cm 的

速率逆時針方向移動；動點 Q 從 M

點開始，以每秒 3cm 的速率順時針

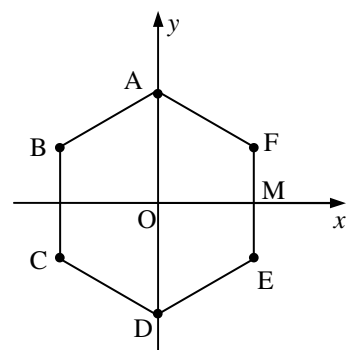
方向移動。每當 P、Q 兩點相會的

時候就相互調換移動方向與速率。已知 P、Q 兩點同時出發，

試問 P、Q 兩點第一次相會的地方之 y 坐標為何（P、Q 兩點

均在此正六邊形的邊上移動）？

- (A) $5\frac{3}{10}$ (B) $3\frac{3}{10}$ (C) $3\frac{2}{5}$ (D) $5\frac{2}{5}$



33. 一等差數列，若前 n 項之和為 100，前 $3n$ 項之和為 900，則前 $2n$ 項之和為何？
 (A) 200 (B) 300 (C) 400 (D) 500

34. 下面甲、乙、丙、丁四個敘述中，錯誤的有哪些？（下面 \subset 表示「包含於」，也可用 \subseteq 表示）

甲：有限小數所成的集合 \subset 有理數所成的集合

乙：循環小數所成的集合 \subset 無理數所成的集合

丙：整數所成的集合 \subset 分數所成的集合

丁：小數所成的集合 \subset 無理數所成的集合

- (A) 甲、丁 (B) 乙、丁 (C) 乙、丙 (D) 丙、丁

35. 已知 a 為實數，若 $\sqrt{2}$ 為一元二次方程式 $x^2 + ax + 4 = 0$ 的一根，則方程式的另一根為何？
 (A) $-3\sqrt{2}$ (B) $-\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) $3\sqrt{2}$

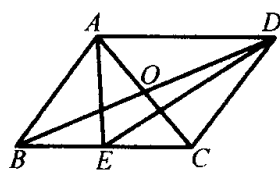
36. 在人們還不曉得怎麼正確計算四邊形 $ABCD$ ， $\overline{AB}=a$ ， $\overline{BC}=b$ ， $\overline{CD}=c$ ， $\overline{DA}=d$ 的面積時，巴比倫人、古埃及人及古印度人以甲： $\frac{a+c}{2} \times \frac{b+d}{2}$ ；乙： $\frac{ab+cd}{2}$ ；計算四邊形 $ABCD$ 的面積。若此四邊形是一不規則四邊形，且丙代表此四邊形真正的面積，則甲、乙、丙何者最小？
 (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 不能確定

37. 如果 $f(x) = px + q$ ，對於任意實數 x 及實數 p, q ，我們稱函數 f 是線性的。如果 $F(x+y) = F(x) + F(y)$ 且 $F(ax) = aF(x)$ ，對任意實數 x, y 及實數 a ，我們稱 F 變換是線性的。下列何者正確？
 (A) 定義在實數系中的線性變換是線性函數
 (B) 定義在實數系中的線性函數是線性變換
 (C) 定義在實數系中的線性函數與線性變換是相同的
 (D) 在實數系上，線性函數與線性變換並沒有關係

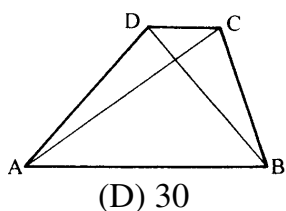
38. 如果 a 人完成一項工作需 m 天，則 $(a+b)$ 個人完成此項工作需天數為
 (A) $(m+b)$ 天 (B) $(m-b)$ 天 (C) $\frac{am}{a+b}$ 天 (D) $\frac{m}{a+b}$ 天

39. 下列各式中計算錯誤的是
 (A) $(\sqrt{a-b})^2 = a-b$ (B) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = a+b-2\sqrt{ab}$
 (C) $\sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$ (D) $(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a-b$

40. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， E 為 \overline{BC} 的中點， \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於點 O ，則圖中面積等於平行四邊形 $ABCD$ 面積的四分之一的三角形共有
 (A) 6 個 (B) 7 個 (C) 8 個 (D) 9 個



41. 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ， $\overline{AB}=8$ ， $\overline{CD}=2$ ， $\overline{AC}=8$ ， $\overline{BD}=6$ ，則此梯形 $ABCD$ 的面積為
 (A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 30

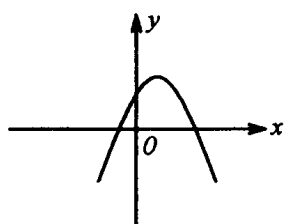


42. 若 p, q 都是自然數，方程式 $px^2 - qx + 1985 = 0$ 的兩個根都是質數，則 $12p^2 + q$ 的值等於
 (A) 404 (B) 1998 (C) 414 (D) 1996

43. 二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖像如圖

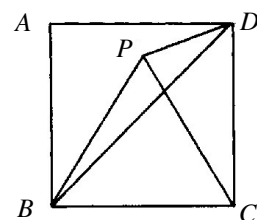
所示，則點 $P(\frac{c}{b}, a)$ 在

- (A) 第一象限 (B) 第二象限
 (C) 第三象限 (D) 第四象限



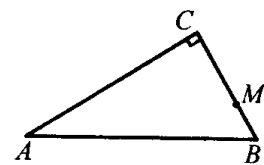
44. 如圖， $ABCD$ 是面積為 1 的正方形， $\triangle PBC$ 為等邊三角形，則 $\triangle BPD$ 的面積為

- (A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}-1}{8}$
 (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$



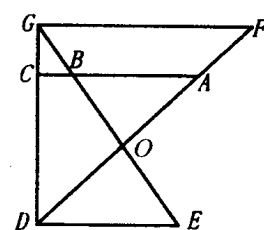
45. 如圖，在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， M 為 \overline{BC} 上一點，設 $\overline{BM} = x$ ， $\overline{AC} = a$ ， $\overline{CM} = b$ ，且 $\overline{BM} + \overline{BA} = \overline{AC} + \overline{CM}$ ，則 x 等於

- (A) $\frac{ab}{a+2b}$ (B) $a-b$ (C) $\frac{1}{2}a$ (D) $a+b-\sqrt{2}a$



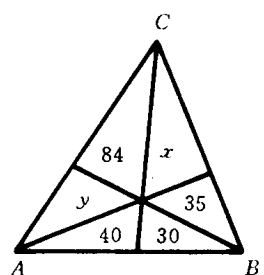
46. 如圖， $\overline{FG} \parallel \overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{GC} = \frac{1}{3}\overline{CD}$ ， $\overline{DE} = 6$ ， $\overline{GF} = 9$ ，則 \overline{AB} 的長為

- (A) $6\frac{3}{4}$ (B) $5\frac{3}{4}$
 (C) $6\frac{1}{4}$ (D) $5\frac{1}{4}$



47. 如圖， $\triangle ABC$ 被通過它的三個頂點與一個內點的三條直線分為 6 個小三角形，其中 4 個小三角形的面積已在圖中標出，則圖中另外兩個小三角形的面積之和 $x+y$ 為

- (A) 75 (B) 124 (C) 126 (D) 149

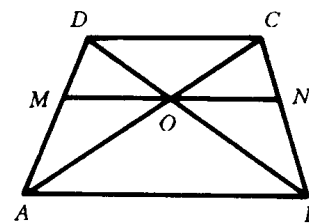


48. 創創從集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 隨意選 2 個不同的數，守守從集合 $\{1, 2, \dots, 10\}$ 隨意選 1 個數，則守守選的數大於創創選的 2 個數之和的機率為

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{9}{20}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{11}{20}$

49. 如圖，在梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， \overline{AC} 交 \overline{BD} 於 O ，過 O 作 $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$ 交 \overline{AD} 於 M ，交 \overline{BC} 於 N ，則 $\frac{1}{\overline{AB}} + \frac{1}{\overline{CD}}$ 等於

- (A) $\frac{1}{\overline{MN}}$ (B) $\frac{2}{\overline{MN}}$
 (C) $\frac{3}{\overline{MN}}$ (D) $\frac{4}{\overline{MN}}$



50. 有三堆棋子，每一堆棋子數一樣多，而且都只有黑白兩種顏色，已知第一堆的「黑子」和第二堆的「白子」一樣多，第三堆的黑子佔全體黑子的 $\frac{2}{5}$ ，如果把這三堆棋子集中在一起，則白子佔全部棋子的幾分之幾？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{9}$

臺北市 94 學年度國中教師聯合甄選

數學科試題解答

(共 30 題，每題 2 分，計 60 分)

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	B	D	C	C	A	A	C	B	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	C	B	C	D	A	C	B	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	D	A	D	C	A	B	D

1. [國三]只能說簡單， $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 = 100$
2. [國一]就代數字，小心謹慎，得到第二象限的答案。
3. [國二]同 92 台南縣考題 21， $n=-2$
4. [高一]中國餘數定理， $m=18+35n$ ，在範圍內有九個。
5. [高一] $-11=-3\times 4+1$ ，餘數為 1
6. [高一]這很基本，(乙)(丁)是對的。
7. [國二]顯然正方體邊長應為 $\frac{d}{\sqrt{3}} \Rightarrow V = \left(\frac{d}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{9}d^3$
8. [高一]也是一樣，多寫個幾項出來，就可以查覺規律了。每三個一循環。
9. [很難的國一] a_1b_1 同號，則 $x<0$ ， a_2b_2 異號，則 $0<x$ ，所以(B)最好。
10. [國三]兩個 $0(3) = \left(\frac{1}{2^3}\right)^2 \times 2$ ，兩個 $1(2) = \left(\frac{3}{2^3}\right)^2 \times 2$ ，和為 $\frac{20}{64} = \frac{5}{16}$
11. [很難的國一](甲)恆真，(乙)有反例，當 $c<0$ ，(丙)恆真
12. [國二]理論上，PQ 合作走完一圈需 7.2 秒。7 秒時，Q 會走到 B 點。此時 y 坐標為 3，但在走 BA 段時，走完要兩秒，故 0.2 秒只能上升 0.3，因此答案為 3.3。
13. [國二]我直接把 n 項當成一項，所以 $a_1=100$ ， $a_1+a_2+a_3=3a_1+3d=600$
 $d=200 \Rightarrow a_2=300 \Rightarrow a_1+a_2=400$
14. [集合論](乙)錯在循環小數皆可寫為有限小數，並不在無理數裡面。(丁)亦同。
15. [國二]根與係數秒殺題，令一根為 $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$
16. [很難的國二]基本上，真的不能確定哪個大哪個小，都不規則了，搞不好還凹四邊形。
17. [勉強算線代]線性變換是一種伸縮，必然通過原點，範圍小；線性函數未必會通過原點，範圍大。所以選(A)。
18. [國一]只能說簡單了。
19. [高二]永遠就在考有沒有想到複數，所以(B)錯了。
20. [國三]就數吧。
21. [國三]由於兩對角線垂直，所以面積等於兩對角線乘積的一半。
22. [國二] $1985=5\times 397$ ，顯然兩根就是 5,397。故 $p=1, q=402$ 。所求=414。
23. [國三]開口向下， $a<0$ ； $c>0$ ；對稱軸為 $x = -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow \left(\frac{c}{b}, a\right) = (+, -)$
24. [國二]一樣坐標化，定 $B(0,0); D(1,1); P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \Delta BDP = \frac{1}{2} \left\| \begin{vmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{vmatrix} \right\|$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{4}$$

25. [國二]按題意可列式： $(b+x)^2 + a^2 = (a+b-x)^2 \Rightarrow x = \frac{ab}{a+2b}$

26. [國三] $\overline{AC} = \frac{3}{4}\overline{FG} = \frac{27}{4}$; $\overline{BC} = \frac{1}{4}\overline{DE} = \frac{6}{4} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{21}{4}$

27. [國三] $\frac{84+y}{x} = \frac{40+30}{35} = 2 \Rightarrow 84+y = 2x$

$$\frac{84+y}{40} = \frac{35+x}{30} \Rightarrow 252+3y = 140+4x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=70 \\ y=56 \end{cases} \Rightarrow x+y=126$$

28. [國三]表格比較方便窮舉。

創創點數	3	4	5	6	7	8	9
可能性	1	1	2	2	2	1	1
守守可能性	7	6	5	4	3	2	1
合併可能性	7	6	10	8	6	2	1

故機率為 $\frac{40}{C_2^5 \times 10} = \frac{2}{5}$

29. [國三] $\frac{\overline{OM}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AO}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{ON}}{\overline{CD}}$ 同理 $\frac{\overline{OM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CO}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{ON}}{\overline{AB}} \Rightarrow$ 兩式相加即得

30. [國一]表格搞定

	黑	白
第一堆	X	Y
第二堆	Y	X
第三堆	$\frac{2}{3}(X+Y)$	$\frac{1}{3}(X+Y)$

所求 = $\frac{\frac{4}{3}(X+Y)}{3(X+Y)} = \frac{4}{9}$