

說明：

- 一、請先核對答案卡上號碼與准考證號碼是否相同，考試科目是否正確，若用錯答案卡作答則不予計分。
- 二、本試卷題本採雙面印刷，共 7 頁有 100 題選擇題，測驗時間從 10:00 到 11:40 共 100 分鐘。
- 三、請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。未依答案卡上注意事項劃記，以致光學閱讀機無法正確閱讀，其後果由應考人自行負責，不得提出異議。

## 第一部分：數學

1. 若已知實數  $a, b, c$  不全為負數，則下列何者恆為真？
  - (A) 實數  $a, b, c$  中，至少有一個正數
  - (B) 實數  $a, b, c$  中，有正數也有負數
  - (C) 實數  $a, b, c$  三者的乘積不為負數
  - (D) 實數  $a, b, c$  中，至多有兩個負數。
2.  $\alpha$  為一固定的整數，使得方程式  $||x-2|-1|=\alpha$  恰有三個不同的解，則  $\alpha=?$ 
  - (A) 1
  - (B) 2
  - (C) 3
  - (D) 4
3. 設  $f(n) = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \forall n \in N$  且  $x_k = (-1)^k, k = 1, 2, 3, \dots$ ；則集合  $\{f(n) | n \in N\} =$ 
  - (A)  $\left\{ \frac{1}{2n} | n \in N \right\}$
  - (B)  $\left\{ \frac{(-1)^n}{n} | n \in N \right\}$
  - (C)  $\{0\} \cup \left\{ \frac{1}{2n-1} | n \in N \right\}$
  - (D)  $\{0\} \cup \left\{ -\frac{1}{2n-1} | n \in N \right\}$
4. 設  $a$  為一常數，若直線  $y = ax$  與曲線  $y = \ln x$  有交點，則  $a$  的最大可能值為多少？
  - (A)  $e$
  - (B)  $\sqrt{e}$
  - (C)  $\frac{1}{\sqrt{e}}$
  - (D)  $\frac{1}{e}$
5. 有一自然數除以 8 餘 7，除以 7 餘 6，除以 6 餘 5，……，等等直到，除以 2 餘 1。則此數最少是多少？
  - (A) 579
  - (B) 581
  - (C) 841
  - (D) 839

6. 某天，甲、乙、丙三人約定到學校繞操場等速走路運動，甲依順時鐘方向行進，乙和丙則依反時鐘方向行進。甲發現每隔 3 分鐘會遇見乙一次，每隔 5 分鐘會遇見丙一次。請問：乙每隔多久會追過丙一次？    分    秒
  - (A) 6 分 30 秒
  - (B) 6 分 45 秒
  - (C) 7 分 30 秒
  - (D) 7 分 50 秒
7. 設  $0 \leq x \leq 2\pi, 0 < k < 1$  是一個常數。已知  $y = k$  和  $y = \sin x$  的圖形交於兩點，此二點的  $x$  坐標和為
  - (A)  $\frac{\pi}{2}$
  - (B)  $\pi$
  - (C)  $\frac{3\pi}{2}$
  - (D)  $2\pi$
8. 已知  $0.9 < x < 1$  且  $y = x^x, z = x^{x^x}$ ，則下列大小排序何者正確？
  - (A)  $x < z < y$
  - (B)  $x < y < z$
  - (C)  $z < y < x$
  - (D)  $y < z < x$
9.  $a = \sin^{-1} 1, b = \tan^{-1} 1, c = \cos^{-1} 1$ ，則
 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a^n}{1+a^n} + \frac{2b^n}{2+b^n} + \frac{3c^n}{3+c^n} \right) = ?$$
  - (A) 1
  - (B) 3
  - (C) 4
  - (D) 6
10. 已知  $a > b > c > 0$  及空間中三點  $A = (a, b, c), B = (b, c, a), C = (c, a, b)$ ，則通過  $A, B, C$  三點的平面與原點距離為\_\_\_\_\_。
  - (A)  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{\sqrt{3}}$
  - (B)  $a + b + c$
  - (C)  $\frac{a + b + c}{\sqrt{3}}$
  - (D)  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
11. 撞球檯上有 15 個大小全等的紅色球，平放在桌上，使得它們正好擠在一個等邊三角框內，該框的內周長是 876 公分，則每個紅球的半徑是多少公分？
  - (A)  $\frac{73}{2}$
  - (B)  $\frac{146}{4 + \sqrt{3}}$
  - (C)  $\frac{146}{2 + \sqrt{3}}$
  - (D)  $\frac{146}{3 + \sqrt{3}}$

12. 函數  $f(x) = \cos 10x - \cos 12x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , 則下列選項何者為真?
- (A)  $f(x) = -2\sin 11x \sin x$   
 (B)  $f(x) = 2\cos 11x \cos x$   
 (C)  $f(x)$  的最大值是 2  
 (D)  $f(x)$  的最小值是 -2
13. 假設整係數方程式  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 40 = 0$  有四個相異的正有理數根, 則  $a = ?$
- (A) 15  
 (B) -15  
 (C) 12  
 (D) -12
14. 若方程組  $\begin{cases} x + 2y + z = 12 \\ 2x + 3y + z = 17 \\ x^2 + y^2 + z^2 = a \end{cases}$  恰有一組解  $(x, y, z)$ , 則  $a =$  \_\_\_\_\_。
- (A) 21  
 (B) 23  
 (C) 24  
 (D) 26
15. 在一個袋子內放進三個 1 號球, 三個 2 號球, 三個 3 號球. 假設從袋中任意抽出三球, 這三球號碼都不一樣的機率是 \_\_\_\_\_。
- (A)  $\frac{3}{84}$   
 (B)  $\frac{6}{84}$   
 (C)  $\frac{27}{84}$   
 (D)  $\frac{81}{84}$
16. 設  $10^4$  的所有正因數的乘積為  $A$ , 則  $\log_{10} A =$  \_\_\_\_\_。
- (A) 10  
 (B)  $\frac{25}{2}$   
 (C) 25  
 (D) 50
17. 設  $f(x) = 3x^2 + bx + c$ , 若對任意實數  $t$ ,  $f(4+t) = f(4-t)$  恆成立, 則下列何者正確?
- (A)  $f(3) > f(4) > f(6)$   
 (B)  $f(3) > f(6) > f(4)$   
 (C)  $f(4) > f(3) > f(6)$   
 (D)  $f(6) > f(3) > f(4)$
18. 設  $f(x)$  為實係數三次多項式, 且  $f(i) = 0$  ( $i = \sqrt{-1}$ ), 則函數  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸有幾個交點?
- (A) 0  
 (B) 1  
 (C) 2  
 (D) 3
19. 設  $a \in \mathbb{R}$ , 且對於任何實數  $t$ , 方程式  $(x-6)(x-2) + t(x-a) = 0$  恆有實根, 則  $a$  的範圍為何?
- (A)  $2 \leq a \leq 6$   
 (B)  $-1 \leq a \leq 1$

- (C)  $1 \leq a \leq 5$   
 (D)  $0 \leq a \leq 2$
20. 某人觀測一飛行中之熱氣球, 發現熱氣球的方向一直維持在正前方, 而仰角則以等速遞減。已知此氣球之高度維持不變, 則氣球正以:
- (A) 減速向此人飛來  
 (B) 加速向此人飛來  
 (C) 減速離此人飛去  
 (D) 加速離此人飛去
21. 設  $ad - bc \neq 0$  且  $\begin{bmatrix} ax + by & az + bu \\ cx + dy & cz + du \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} ax + cz & ay + cu \\ bx + dz & by + du \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m \\ n & k \end{bmatrix}$ , 則  $l + m + n + k$  之值 = ?
- (A) -1  
 (B) 0  
 (C) 1  
 (D) 2
22. 一直線上之三點 A、B、C, 分別測一山之仰角為  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ , 但 A、B、C 三點與山頂之垂足不共線, 若  $\overline{AB} = \overline{BC} = 600$  公尺, 則山高 = ? 公尺
- (A)  $300\sqrt{6}$   
 (B) 300  
 (C)  $300\sqrt{2}$   
 (D)  $300\sqrt{3}$
23. 設  $\triangle ABC$  之外心為 O, 外接圓半徑為 2,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle B = 45^\circ$ , 則  $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = ?$
- (A)  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$   
 (B)  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$   
 (C)  $8 - 4\sqrt{3}$   
 (D)  $8 + 4\sqrt{3}$
24. 兩球面  $S_1: x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 8 = 0$  與  $S_2: x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 8z + 10 = 0$  相交所得之圓的面積為:
- (A)  $\pi$   
 (B)  $\frac{3\pi}{2}$   
 (C)  $\frac{144\pi}{25}$   
 (D)  $3\pi$
25. 設  $f(x) = \int_0^x (\sin t + \sqrt{3} \cos t)^2 dt$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = ?$
- (A) 1  
 (B) 2  
 (C) 3  
 (D) 4
26. 下列敘述何者「不」為真?
- (A) 在平面上, 給定兩相異定點  $P_1$ 、 $P_2$  及任意一個實數  $a > 0$ , 則與  $P_1$ 、 $P_2$  的距離差的絕對值等於  $a$  的所有點的圖形, 必為雙曲線  
 (B) 在平面上, 任意一條直線與雙曲線最多有兩個交點  
 (C) 雙曲線有兩條漸近線  
 (D) 在平面上, 雙曲線圖形對稱於它的貫軸
27. 下列何者為旋轉矩陣?
- (A)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

$$(B) \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$(C) \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(D) \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

28. 設△ABC 三邊長為 4、5、6，P 為△ABC 內部一點，求 P 至三邊距離平方和之最小值？

- (A)  $\frac{225}{44}$   
 (B)  $\frac{324}{49}$   
 (C)  $\frac{196}{23}$   
 (D)  $\frac{450}{59}$

29. 下列哪一個函數在  $x=0$  處不連續？

- (A)  $f(x)=x \lfloor x \rfloor$   
 (B)  $f(x)=|x-2|+|x|$

$$(C) f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 3, & x = 0 \end{cases}$$

- (D)  $f(x)=\tan x$

30. 下列敘述何者恆真？

- (A) 若  $f(a)$  為  $f(x)$  的極值，則  $f'(a)=0$   
 (B) 若  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)=f(a)$ ，則  $f(x)$  在  $x=a$  處可微分  
 (C) 若  $f'(a)=0$ ，則  $f(a)$  為極大值或極小值  
 (D) 若  $f(x)$  在  $x=a$  處可微分，則  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)=f(a)$

31. 設  $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \frac{\pi}{2}$ ， $a = \sin \frac{x_1 + x_2}{2}$ ， $b = \frac{1}{2}(\sin x_1 + \sin x_2)$ ，則

下列何者是「錯」的？

- (A) 若  $x_1$  與  $x_2$  均大於  $\frac{\pi}{4}$  時， $a \leq b$   
 (B) 若  $x_1$  與  $x_2$  均小於  $\frac{\pi}{4}$  時， $a \geq b$   
 (C) 若  $x_1 = x_2$ ，則  $a = b$   
 (D) 若  $a = b$ ，則  $x_1 = x_2$

32. 下列敘述何者正確？

- (A) 設  $a$  為實數， $a > 0$  為  $a^2 > 0$  的必要條件  
 (B) 設  $a$ 、 $b$  為實數， $ab \geq 0$  為  $|a+b| = |a| + |b|$  的充要條件  
 (C) 設  $a$ 、 $b$  為實數， $a < b$  為  $a^2 < b^2$  的充分條件  
 (D) 設  $a$ 、 $b$  為實數， $|a+b| = |a-b|$  為  $a^2 + b^2 = 0$  的充要條件

33. 若在複數平面上，使得  $(3+4i) \cdot z$  為實數之所有  $z$  點所成的集合為  $S$ ，則  $S$  所表示的圖形為下列何者？

- (A) 直角三角形  
 (B) 直線

(C) 圓

(D) 拋物線

34. 有一數列之各項依規則如下：

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{16}, \frac{3}{16}, \dots$ ，試問  $\frac{7}{256}$  為此數列之第幾項？

- (A) 67  
 (B) 131  
 (C) 259  
 (D) 384

35. 在坐標平面上有四點  $O(0,0)$ 、 $A(5,0)$ 、 $B(3,4)$ 、 $P(0,-5)$ ，若有一直線  $L$  過  $P$  點且將  $\triangle OAB$  面積二等分，則直線  $L$  之斜率為何？

- (A)  $\frac{5}{6}$   
 (B)  $\frac{5}{3}$   
 (C)  $\frac{5}{2}$   
 (D) 1

36. 若  $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ， $\log 16! = 13.3206$ ，則  $14!$  是幾位數？

- (A) 8  
 (B) 9  
 (C) 10  
 (D) 11

37. 設  $F$  為拋物線  $(y-1)^2 = 8(x+1)$  之焦點， $\overline{AB}$  為焦弦且

$\overline{AF} > \overline{BF}$ ，若  $\overline{AF}$  與拋物線之對稱軸夾  $60^\circ$ ，則  $\overline{AF}$  長為多少？

- (A) 4  
 (B) 5  
 (C) 6  
 (D) 8

38. 設  $(\sin 95^\circ + i \cos 95^\circ)^n$  是一純虛數，則自然數  $n$  的值可能為

- (A) 18  
 (B) 27  
 (C) 36  
 (D) 45

39. 將 6 種不同的果汁倒入 3 個茶杯中，每杯限倒一種，且不能有空杯，下列何者正確？

- (A) 杯子不同，每種果汁不限倒一次，則有  $3^6$  種倒法  
 (B) 杯子不同，每種果汁限倒一次，則有 180 種倒法  
 (C) 杯子相同，每種果汁不限倒一次，則有 15 種倒法  
 (D) 杯子相同，每種果汁限倒一次，則有 20 種倒法

40. 某麵包店將前一天未賣完的麵包 2 個(隔夜麵包)，與今天現烤出的 11 個麵包混在一起賣。小明至該店買麵包，隨機從這 13 個麵包中拿了 3 個(假設每個麵包被選取的機會相等)，則小明買到隔夜麵包的期望值為？

- (A)  $\frac{2}{13}$   
 (B)  $\frac{3}{13}$   
 (C)  $\frac{6}{13}$   
 (D)  $\frac{9}{13}$

41. 某班有 50 位學生，這次月考數學成績不佳，平均數是 52 分，標準差是 10。老師決定將成績按  $y=ax+b$  的方式加分 (其中  $a>0$ ， $x$  為原分數， $y$  為加分後分數)，把成績提高為平均數是 62 分，標準差是 12，求  $a+b=$ ？

- (A)  $\frac{1}{2}$   
(B)  $\frac{2}{3}$   
(C)  $\frac{3}{4}$   
(D)  $\frac{4}{5}$

42. 圓內接四邊形  $ABCD$  中，若  $\overline{AC} = 4\overline{AB} + 3\overline{AD}$ ， $E$  為  $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  之交點，則  $\frac{\Delta ABC\text{之面積}}{\Delta ACD\text{之面積}} = ?$

- (A)  $\frac{3}{7}$   
(B)  $\frac{2}{5}$   
(C)  $\frac{2}{3}$   
(D)  $\frac{3}{4}$

43. 如右圖，三角形  $ABC$  之三邊長

$$\overline{AB} = 7, \overline{BC} = 8, \overline{CA} = 9,$$

若四邊形  $ABDE, ACFG$  皆為正方形

形，則  $\overline{EG} = ?$

- (A) 12  
(B) 14  
(C) 16  
(D) 18

44. 若直線  $L$  與直線  $M$  對稱於平面  $E: 2x+y+z=4$ ，又已知  $M$  之方程式為  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ ，則  $L$  與  $M$  之交點為

- (A)  $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$   
(B)  $(\frac{11}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5})$   
(C)  $(\frac{7}{3}, 1, \frac{2}{3})$   
(D)  $(\frac{7}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8})$

45. 設多項式  $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ，則  $f(x^{12})$  除以  $f(x)$  所得到的餘式為何？

- (A) 6  
(B)  $5-x$   
(C)  $4-x+x^2$   
(D)  $3-x+x^2-x^3$

46. 方程式  $x^2 + 3y + z = 40$  之正整數解有幾組？

- (A) 40  
(B) 45  
(C) 50  
(D) 55

47. 有一四次實係數方程式被分解為

$(x^2 + px + 8)(x^2 + px + 11) = 0$ ，已知此方程式有兩個實根、兩個虛根，且此兩實根的積為 8，則下列何者可能為  $p$  之值？

- (A) 2  
(B) 4  
(C) 6  
(D) 8

48. 在空間中，球面  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 10$  上有兩  $A(3,0,1)$ ，

$B(1, \sqrt{5}, 2)$ ，則  $A$  點到  $B$  點的最短球面距離為

- (A)  $\frac{\sqrt{10}}{3}\pi$   
(B)  $\frac{\sqrt{3}}{10}\pi$   
(C)  $\sqrt{10}\pi$   
(D)  $\sqrt{3}\pi$

49. 設  $a, b \in R$ ，若在  $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{bmatrix}$  所定義的變換之下，把直線

$L: 2x + y - 7 = 0$  變換到另一直線  $L': 9x + y - 91 = 0$ ，則  $a+b=$ ？

- (A) 7  
(B) 9  
(C) 11  
(D) 13

50. 下列各極限值何者有誤？

- (A)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1000n^2 - 6n + 5}{2000n^2 + 500n - 1} = \frac{1}{2}$   
(B)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2}) = \frac{1}{2}$   
(C)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} + 7}{4^{n+1} + 3^n} = \frac{1}{2}$   
(D)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{\sqrt{2n^2 - 1}} + \frac{1}{\sqrt{2n^2 - 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n^2 - n}}) = \frac{1}{2}$

#### 台南縣九十四學年度公立國民中學教師聯合甄選答案<數學>

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	D	D	D	C	B	A	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	D	D	C	D	D	B	A	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	A	C	C	A	B	A	C	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	B	B	B	C	D	D	A	D	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	B	D	A	B	C	A	A	D

1. [邏輯語意測驗吧]不全是，當然最多兩個囉。
2. [很難的國一]  $\begin{cases} |x-2|-1=\alpha \Rightarrow x=\alpha+3, 1-\alpha \\ |x-2|-1=-\alpha \Rightarrow x=3-\alpha, \alpha+1 \end{cases}$  只有  $\alpha=1$  符合題目要求
3. [等比級數和]就寫個幾項，應該就能找到答案了。
4. [微積分－微分應用]還有交點，表示  $y=ax$  為  $y=\ln x$  的切線。 $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x}=a$   
 $\Rightarrow x=\frac{1}{a}$  代入兩方程式  $\Rightarrow y=ax=1=\ln x, x=e \Rightarrow$  切點  $(e,1) \Rightarrow a=\frac{1}{e}$
5. [國一][8,7,6,5]-1=839
6. [國一]  $\begin{cases} \frac{1}{甲}+\frac{1}{乙}=\frac{1}{3} \\ \frac{1}{甲}+\frac{1}{丙}=\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{乙}-\frac{1}{丙}=\frac{2}{15} \Rightarrow$  每  $\frac{15}{2}$  分鐘追過一圈
7. [高二]符合題目要求的兩點，其對稱軸是  $x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow$  兩點  $x$  坐標和就是  $\pi$ 。
8. [國一]  $0.9 < x < 1 \Rightarrow 1 = x^0 > x^{0.9} > x^x = y > x^1 \Rightarrow y > x$   
 $\Rightarrow z = x^y < x^x = y, 1 > x^x \Rightarrow x^1 < x^{x^x} = z \Rightarrow x < z$
9. [高三]唬人用的。 $a=\frac{\pi}{2}>1, b=\frac{\pi}{4}<1, c=0$ ，代進去就知道=1了。
10. [高二]E:  $x+y+z=a+b+c \Rightarrow d(O,E)=\frac{|0-a-b-c|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{a+b+c}{\sqrt{3}}$
11. [國二]設紅球半徑=r，內周長= $3(8+2\sqrt{3})r=876 \Rightarrow r=\frac{146}{4+\sqrt{3}}$
12. [高一]  $f(x)=2\sin 11x \sin x \Rightarrow (A)(B)$ 都錯，若極大值為2，表  $\cos 10x=1, \cos 12x=-1$ ，無解。所以(C)錯。
13. [高一]  $40=2^3 \times 5 \Rightarrow$  四相異正根  $\Rightarrow 1,2,4,5 \Rightarrow a=-12$
14. [高一]  $\begin{cases} x+y=5 \Rightarrow x=5-y \\ y+z=7 \Rightarrow z=7-y \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2+z^2=a=3y^2-24y+74$   
 唯一解表  $y$  有重根  $\Rightarrow D=(-24)^2-4 \times 3 \times (74-a) \Rightarrow a=26$
15. [高二]  $\frac{3 \times 3 \times 3}{C_3^9} = \frac{27}{84}$
16. [高一]  $10^4=2^4 \times 5^4 \Rightarrow$  有  $(4+1)(4+1)=25$  個因數  $\Rightarrow A=(2^2 \times 5^2)^{25}=10^{50}$   
 $\log_{10} A=50$
17. [國三]表以  $x=4$  為對稱軸，開口朝上，所以離對稱軸越遠，值越大。  
 $f(6) > f(3) > f(4)$

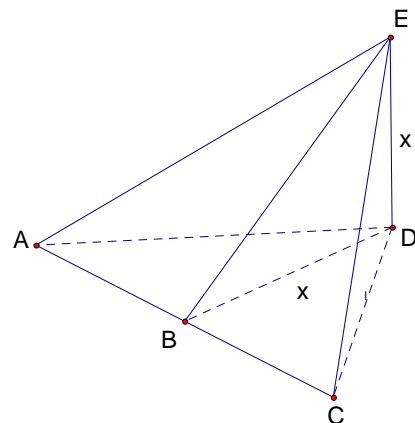
18. [高一]  $f(i) = 0$  又為實係數多項式，故虛根共軛成對，只剩一個實根。
19. [麻煩的國二]恆有實根，表判別式  $\geq 0$ 。故  $(t-8)^2 - 4(12-at) \geq 0$   
 $t^2 + (4a-16)t + 16 \geq 0 \Rightarrow (4a-16)^2 - 4 \times 16 \leq 0 \Rightarrow 2 \leq a \leq 6$
20. [高一]空間概念吧，仰角變小，距離拉遠。角度等速遞減的話，表示速度加快。
21. [線代]還原成兩矩陣相乘之後，應該可以發現只是將兩矩陣轉置之後再相乘，那當然還是單位方陣  $I$ ，所求 = 2。

22. [高一]設山高  $\overline{DE} = x = \overline{BD}$ ， $\overline{AD} = \sqrt{3}x$

$$\overline{CD} = \frac{x}{\sqrt{3}} \text{，用中線長公式做。}$$

$$1200^2 + (2x)^2 = 2[(\sqrt{3}x)^2 + (\frac{x}{\sqrt{3}})^2]$$

$$x = 300\sqrt{6}$$

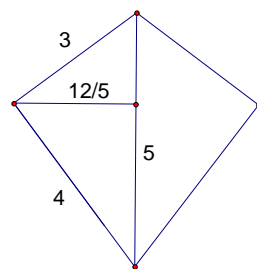


23. [高一]一樣座標化，定  $A(2,0), C(0,2), B(-\sqrt{3},-1)$

$$\text{所求} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{8-4\sqrt{3}} = \sqrt{8-2\sqrt{12}} = \sqrt{6}-\sqrt{2}$$

24. [高二]  $\begin{cases} S_1 : \text{圓心}(1,0,0), r=3 \\ S_2 : \text{圓心}(1,3,4), r=4 \end{cases} \Rightarrow \text{圓心距} = 5$ ，表示兩圓心與相

$$\text{交圓的剖面恰為一個鳶形。圓面積} = \frac{144}{25}\pi$$



25. [微積分－第二定理應用]所求 =  $f'(0) = (\sin 0 + \sqrt{3} \cos 0)^2 = 3$

26. [高二]由雙曲線定義看，(A)是錯的。

27. [高三]符合旋轉矩陣的形式  $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  只有(B)

28. [高二]科西不等式的變形，設 P 到 4,5,6 各邊的距離各為 x,y,z。

$$\text{則 } 4x = 5y = 6z = 2\Delta = \frac{15}{2}\sqrt{7} \Rightarrow (x^2 + y^2 + z^2)(4^2 + 5^2 + 6^2) \geq \frac{225}{4} \times 7$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{225}{44}$$

29. [微積分](C)應該很明顯吧？

30. [微積分](A)(B)反例，絕對值函數， $f(x) = |x|$ ，(C)若 a 重根，則可能是反曲點。

31. [高一]  $a - b = (\sin \frac{x_2}{2} - \sin \frac{x_1}{2})(\cos \frac{x_1}{2} - \cos \frac{x_2}{2})$  , 在  $x_1 \leq x_2 < \frac{\pi}{4}$  ,  $a - b \geq 0$

若  $\frac{\pi}{4} < x_1 \leq x_2 \Rightarrow \frac{\pi}{8} < \frac{x_1}{2} \leq \frac{x_2}{2}$  , 則  $a - b$  未必小於等於 0

32. [高一](A)充分條件(C)非充分非必要(D)非充分非必要

33. [高二]所有的  $z$  點集合而成的方程式會是  $y = -\frac{4}{3}i \cdot x$  是一直線

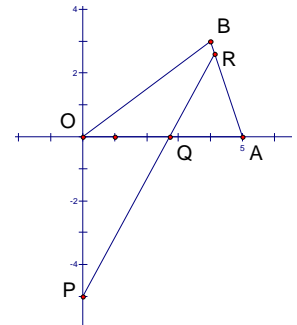
34. [國二]分母為 2 的  $n$  次, 就有 2 的  $n-1$  次的項數, 所以在分母為 256 之前會有 127 項, 分子為 7 會是分母為 256 的第 4 項, 所以總共是 131 項。

35. [國三]設  $L$  交  $\overline{AB}$  於  $R(3+u, 4-2u)$ , 交  $\overline{OA}$  於  $Q(v, 0)$ 。

$$(5-v)(4-2u) = 10, \quad \frac{5}{v} = \frac{9-2u}{3+u} \Rightarrow 15+5u = 9v-2uv$$

$$v = 3u + 1 \Rightarrow u = \frac{1}{3}, 3 \text{ (不合)}, v = 2。$$

$$L \text{ 過 } (2, 0), (0, -5), \text{ 斜率為 } \frac{5}{2}$$



36. [高一]  $\log 14! = \log 16! - \log 16 - \log 15$

$$= 13.3206 - 1 - 3\log 2 - \log 3 = 10.9404 \text{ 所以為 } 11 \text{ 位數。}$$

37. [高二]拋物線頂點為  $(-1, 1)$  又  $4c=8, c=2$ , 故焦點  $F(1, 1)$  令  $A(1+x, 1+\sqrt{3}x)$

$$\text{則 } \overline{AF} = 2x, \text{ 將 } A \text{ 代回拋物線, 得 } 3x^2 = 8x + 16 \Rightarrow x = -\frac{4}{3} \text{ (不合), } 4$$

$$\overline{AF} = 2x = 8$$

38. [高二]棣美弗  $\sin 95^\circ + i \cos 95^\circ = \cos(-5^\circ) + i \sin(-5^\circ)$ , 轉到純虛數, 那就 18 次就夠了。  $\cos(-90^\circ) = 0$

39. [高二](A)應為  $6^3$  (B)應為  $P_3^6 = 120$  (C)應為  $H_3^6 = 42$

40. [高二]13 個裡面有 2 個, 選三次就  $\frac{2}{13} \times 3 = \frac{6}{13}$

41. [高三]標準差放大成 1.2 倍, 就是  $a$  值; 代回去可求得  $b$  值為  $-0.4$

42. [高一]令  $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AC} = 4k\overrightarrow{AB} + 3k\overrightarrow{AD}$  又  $B, E, D$  共線, 故  $7k = 1, k = \frac{1}{7}$

$$\Rightarrow \overline{BE} : \overline{ED} = 3 : 4 \Rightarrow \Delta ABC : \Delta ACD = 3 : 4$$

43. [高一]利用  $\cos \angle EAG + \cos \angle BAC = 0 \Rightarrow \frac{7^2 + 9^2 - \overline{EG}^2}{2 \times 7 \times 9} = -\frac{7^2 + 9^2 - 8^2}{2 \times 7 \times 9}$

$$\overline{EG} = 14$$

44. [高二]我用偷吃步，LM 交點必在 E 上，代進去只有(D)符合。
45. [高一]令  $w$  為  $f(x) = 0$  的解，則  $w^6 = 1$ 。  $f(x^{12}) = x^{60} + x^{48} + x^{36} + x^{24} + x^{12} + 1$   
除以  $f(x)$ ，那就代吧  $\sim f(w^{12}) = w^{60} + w^{48} + w^{36} + w^{24} + w^{12} + 1 = 6$
46. [國二]一樣用表格窮舉。

共 45 組

$x^2$	1	4	9	16	25	36
$3y+z$	39	36	31	24	15	4
$3y$	3-36	3-33	3-30	3-21	3-12	3
解的數量	12	11	10	7	4	1

47. [高一]由題意知  $32 < p^2 < 44 \Rightarrow p = 6$
48. [高二]球心與 A,B 恰形成一正三角形，圓弧為  $r\theta = \sqrt{10} \times \frac{\pi}{3}$
49. [線代]先在 L 上隨便找兩點(0,7),(1,5)經過矩陣變換後為(7,7b)(a+5,5b-1)  
代入  $9x-y=91$ ，求出  $b=4, a=3$
50. [微積分](D)應為  $\frac{1}{\sqrt{2}}$