

說明：

- 一、請先核對答案卡上號碼與准考證號碼是否相同，考試科目是否正確，若用錯答案卡作答則不予計分。
- 二、本試卷題本採雙面印刷，共 7 頁有 100 題選擇題，測驗時間從 10:00 到 11:40 共 100 分鐘。
- 三、請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。未依答案卡上注意事項劃記，以致光學閱讀機無法正確閱讀，其後果由應考人自行負責，不得提出異議。

第一部分：數學

1. 若已知實數 a, b, c 不全為負數，則下列何者恆為真？
 - (A) 實數 a, b, c 中，至少有一個正數
 - (B) 實數 a, b, c 中，有正數也有負數
 - (C) 實數 a, b, c 三者的乘積不為負數
 - (D) 實數 a, b, c 中，至多有兩個負數。
2. α 為一固定的整數，使得方程式 $||x-2|-1|=\alpha$ 恰有三個不同的解，則 $\alpha=?$
 - (A) 1
 - (B) 2
 - (C) 3
 - (D) 4
3. 設 $f(n) = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \forall n \in N$ 且 $x_k = (-1)^k, k = 1, 2, 3, \dots$; 則集合 $\{f(n) | n \in N\} =$
 - (A) $\left\{ \frac{1}{2n} | n \in N \right\}$
 - (B) $\left\{ \frac{(-1)^n}{n} | n \in N \right\}$
 - (C) $\{0\} \cup \left\{ \frac{1}{2n-1} | n \in N \right\}$
 - (D) $\{0\} \cup \left\{ -\frac{1}{2n-1} | n \in N \right\}$
4. 設 a 為一常數，若直線 $y = ax$ 與曲線 $y = \ln x$ 有交點，則 a 的最大可能值為多少？
 - (A) e
 - (B) \sqrt{e}
 - (C) $\frac{1}{\sqrt{e}}$
 - (D) $\frac{1}{e}$
5. 有一自然數除以 8 餘 7，除以 7 餘 6，除以 6 餘 5，……，等等直到，除以 2 餘 1。則此數最少是多少？
 - (A) 579
 - (B) 581
 - (C) 841
 - (D) 839

6. 某天，甲、乙、丙三人約定到學校繞操場等速走路運動，甲依順時鐘方向行進，乙和丙則依反時鐘方向行進。甲發現每隔 3 分鐘會遇見乙一次，每隔 5 分鐘會遇見丙一次。請問：乙每隔多久會追過丙一次？ 分 秒
 - (A) 6 分 30 秒
 - (B) 6 分 45 秒
 - (C) 7 分 30 秒
 - (D) 7 分 50 秒
7. 設 $0 \leq x \leq 2\pi, 0 < k < 1$ 是一個常數。已知 $y = k$ 和 $y = \sin x$ 的圖形交於兩點，此二點的 x 坐標和為
 - (A) $\frac{\pi}{2}$
 - (B) π
 - (C) $\frac{3\pi}{2}$
 - (D) 2π
8. 已知 $0.9 < x < 1$ 且 $y = x^x, z = x^{x^x}$ ，則下列大小排序何者正確？
 - (A) $x < z < y$
 - (B) $x < y < z$
 - (C) $z < y < x$
 - (D) $y < z < x$
9. $a = \sin^{-1}1, b = \tan^{-1}1, c = \cos^{-1}1$ ，則

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a^n}{1+a^n} + \frac{2b^n}{2+b^n} + \frac{3c^n}{3+c^n} \right) = ?$$
 - (A) 1
 - (B) 3
 - (C) 4
 - (D) 6
10. 已知 $a > b > c > 0$ 及空間中三點 $A = (a, b, c), B = (b, c, a), C = (c, a, b)$ ，則通過 A, B, C 三點的平面與原點距離為_____。
 - (A) $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{\sqrt{3}}$
 - (B) $a + b + c$
 - (C) $\frac{a + b + c}{\sqrt{3}}$
 - (D) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
11. 撞球檯上有 15 個大小全等的紅色球，平放在桌上，使得它們正好擠在一個等邊三角框內，該框的內周長是 876 公分，則每個紅球的半徑是多少公分？
 - (A) $\frac{73}{2}$
 - (B) $\frac{146}{4 + \sqrt{3}}$
 - (C) $\frac{146}{2 + \sqrt{3}}$
 - (D) $\frac{146}{3 + \sqrt{3}}$

12. 函數 $f(x) = \cos 10x - \cos 12x$, $x \in \mathbb{R}$, 則下列選項何者為真?
- (A) $f(x) = -2\sin 11x \sin x$
 (B) $f(x) = 2\cos 11x \cos x$
 (C) $f(x)$ 的最大值是 2
 (D) $f(x)$ 的最小值是 -2
13. 假設整係數方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 40 = 0$ 有四個相異的正有理數根, 則 $a = ?$
- (A) 15
 (B) -15
 (C) 12
 (D) -12
14. 若方程組 $\begin{cases} x + 2y + z = 12 \\ 2x + 3y + z = 17 \\ x^2 + y^2 + z^2 = a \end{cases}$ 恰有一組解 (x, y, z) , 則 $a =$ _____。
- (A) 21
 (B) 23
 (C) 24
 (D) 26
15. 在一個袋子內放進三個 1 號球, 三個 2 號球, 三個 3 號球. 假設從袋中任意抽出三球, 這三球號碼都不一樣的機率是 _____。
- (A) $\frac{3}{84}$
 (B) $\frac{6}{84}$
 (C) $\frac{27}{84}$
 (D) $\frac{81}{84}$
16. 設 10^4 的所有正因數的乘積為 A , 則 $\log_{10} A =$ _____。
- (A) 10
 (B) $\frac{25}{2}$
 (C) 25
 (D) 50
17. 設 $f(x) = 3x^2 + bx + c$, 若對任意實數 t , $f(4+t) = f(4-t)$ 恆成立, 則下列何者正確?
- (A) $f(3) > f(4) > f(6)$
 (B) $f(3) > f(6) > f(4)$
 (C) $f(4) > f(3) > f(6)$
 (D) $f(6) > f(3) > f(4)$
18. 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式, 且 $f(i) = 0$ ($i = \sqrt{-1}$), 則函數 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸有幾個交點?
- (A) 0
 (B) 1
 (C) 2
 (D) 3
19. 設 $a \in \mathbb{R}$, 且對於任何實數 t , 方程式 $(x-6)(x-2) + t(x-a) = 0$ 恆有實根, 則 a 的範圍為何?
- (A) $2 \leq a \leq 6$
 (B) $-1 \leq a \leq 1$

- (C) $1 \leq a \leq 5$
 (D) $0 \leq a \leq 2$
20. 某人觀測一飛行中之熱氣球, 發現熱氣球的方向一直維持在正前方, 而仰角則以等速遞減。已知此氣球之高度維持不變, 則氣球正以:
- (A) 減速向此人飛來
 (B) 加速向此人飛來
 (C) 減速離此人飛去
 (D) 加速離此人飛去
21. 設 $ad - bc \neq 0$ 且 $\begin{bmatrix} ax + by & az + bu \\ cx + dy & cz + du \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} ax + cz & ay + cu \\ bx + dz & by + du \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m \\ n & k \end{bmatrix}$, 則 $l + m + n + k$ 之值 = ?
- (A) -1
 (B) 0
 (C) 1
 (D) 2
22. 一直線上之三點 A、B、C, 分別測一山之仰角為 30° 、 45° 、 60° , 但 A、B、C 三點與山頂之垂足不共線, 若 $\overline{AB} = \overline{BC} = 600$ 公尺, 則山高 = ? 公尺
- (A) $300\sqrt{6}$
 (B) 300
 (C) $300\sqrt{2}$
 (D) $300\sqrt{3}$
23. 設 $\triangle ABC$ 之外心為 O, 外接圓半徑為 2, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 則 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = ?$
- (A) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
 (B) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
 (C) $8 - 4\sqrt{3}$
 (D) $8 + 4\sqrt{3}$
24. 兩球面 $S_1: x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 8 = 0$ 與 $S_2: x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 8z + 10 = 0$ 相交所得之圓的面積為:
- (A) π
 (B) $\frac{3\pi}{2}$
 (C) $\frac{144\pi}{25}$
 (D) 3π
25. 設 $f(x) = \int_0^x (\sin t + \sqrt{3} \cos t)^2 dt$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = ?$
- (A) 1
 (B) 2
 (C) 3
 (D) 4
26. 下列敘述何者「不」為真?
- (A) 在平面上, 給定兩相異定點 P_1 、 P_2 及任意一個實數 $a > 0$, 則與 P_1 、 P_2 的距離差的絕對值等於 a 的所有點的圖形, 必為雙曲線
 (B) 在平面上, 任意一條直線與雙曲線最多有兩個交點
 (C) 雙曲線有兩條漸近線
 (D) 在平面上, 雙曲線圖形對稱於它的貫軸
27. 下列何者為旋轉矩陣?
- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

$$(B) \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$(C) \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(D) \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

28. 設 $\triangle ABC$ 三邊長為4、5、6， P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，求 P 至三邊距離平方和之最小值？

$$(A) \frac{225}{44}$$

$$(B) \frac{324}{49}$$

$$(C) \frac{196}{23}$$

$$(D) \frac{450}{59}$$

29. 下列哪一個函數在 $x=0$ 處不連續？

$$(A) f(x) = x \lfloor x \rfloor$$

$$(B) f(x) = |x-2| + |x|$$

$$(C) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 3, & x = 0 \end{cases}$$

$$(D) f(x) = \tan x$$

30. 下列敘述何者恆真？

$$(A) \text{若 } f(a) \text{ 為 } f(x) \text{ 的極值，則 } f'(a) = 0$$

$$(B) \text{若 } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a), \text{ 則 } f(x) \text{ 在 } x=a \text{ 處可微分}$$

$$(C) \text{若 } f'(a) = 0, \text{ 則 } f(a) \text{ 為極大值或極小值}$$

$$(D) \text{若 } f(x) \text{ 在 } x=a \text{ 處可微分，則 } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

31. 設 $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \frac{\pi}{2}$ ， $a = \sin \frac{x_1 + x_2}{2}$ ， $b = \frac{1}{2}(\sin x_1 + \sin x_2)$ ，則

下列何者是「錯」的？

$$(A) \text{若 } x_1 \text{ 與 } x_2 \text{ 均大於 } \frac{\pi}{4} \text{ 時，} a \leq b$$

$$(B) \text{若 } x_1 \text{ 與 } x_2 \text{ 均小於 } \frac{\pi}{4} \text{ 時，} a \geq b$$

$$(C) \text{若 } x_1 = x_2, \text{ 則 } a = b$$

$$(D) \text{若 } a = b, \text{ 則 } x_1 = x_2$$

32. 下列敘述何者正確？

$$(A) \text{設 } a \text{ 為實數，} a > 0 \text{ 為 } a^2 > 0 \text{ 的必要條件}$$

$$(B) \text{設 } a, b \text{ 為實數，} ab \geq 0 \text{ 為 } |a+b| = |a| + |b| \text{ 的充要條件}$$

$$(C) \text{設 } a, b \text{ 為實數，} a < b \text{ 為 } a^2 < b^2 \text{ 的充分條件}$$

$$(D) \text{設 } a, b \text{ 為實數，} |a+b| = |a-b| \text{ 為 } a^2 + b^2 = 0 \text{ 的充要條件}$$

33. 若在複數平面上，使得 $(3+4i) \cdot z$ 為實數之所有 z 點所成的集合為 S ，則 S 所表示的圖形為下列何者？

(A) 直角三角形

(B) 直線

(C) 圓

(D) 拋物線

34. 有一數列之各項依規則如下：

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{16}, \frac{3}{16}, \dots, \text{試問 } \frac{7}{256} \text{ 為此數列之第}$$

幾項？

(A) 67

(B) 131

(C) 259

(D) 384

35. 在坐標平面上有四點 $O(0,0)$ 、 $A(5,0)$ 、 $B(3,4)$ 、 $P(0,-5)$ ，若有一直線 L 過 P 點且將 $\triangle OAB$ 面積二等分，則直線 L 之斜率為何？

$$(A) \frac{5}{6}$$

$$(B) \frac{5}{3}$$

$$(C) \frac{5}{2}$$

(D) 1

36. 若 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ， $\log 16! = 13.3206$ ，則 $14!$ 是幾位數？

(A) 8

(B) 9

(C) 10

(D) 11

37. 設 F 為拋物線 $(y-1)^2 = 8(x+1)$ 之焦點， \overline{AB} 為焦弦且

$\overline{AF} > \overline{BF}$ ，若 \overline{AF} 與拋物線之對稱軸夾 60° ，則 \overline{AF} 長為多少？

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 8

38. 設 $(\sin 95^\circ + i \cos 95^\circ)^n$ 是一純虛數，則自然數 n 的值可能為

(A) 18

(B) 27

(C) 36

(D) 45

39. 將6種不同的果汁倒入3個茶杯中，每杯限倒一種，且不能有空杯，下列何者正確？

(A) 杯子不同，每種果汁不限倒一次，則有 3^6 種倒法

(B) 杯子不同，每種果汁限倒一次，則有180種倒法

(C) 杯子相同，每種果汁不限倒一次，則有15種倒法

(D) 杯子相同，每種果汁限倒一次，則有20種倒法

40. 某麵包店將前一天未賣完的麵包2個(隔夜麵包)，與今天現烤出的11個麵包混在一起賣。小明至該店買麵包，隨機從這13個麵包中拿了3個(假設每個麵包被選取的機會相等)，則小明買到隔夜麵包的期望值為？

$$(A) \frac{2}{13}$$

$$(B) \frac{3}{13}$$

$$(C) \frac{6}{13}$$

$$(D) \frac{9}{13}$$

41. 某班有 50 位學生，這次月考數學成績不佳，平均數是 52 分，標準差是 10。老師決定將成績按 $y=ax+b$ 的方式加分 (其中 $a>0$, x 為原分數, y 為加分後分數), 把成績提高為平均數是 62 分, 標準差是 12, 求 $a+b=?$

- (A) $\frac{1}{2}$
 (B) $\frac{2}{3}$
 (C) $\frac{3}{4}$
 (D) $\frac{4}{5}$

42. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中, 若 $\overline{AC} = 4\overline{AB} + 3\overline{AD}$, E 為 \overline{AC} 與

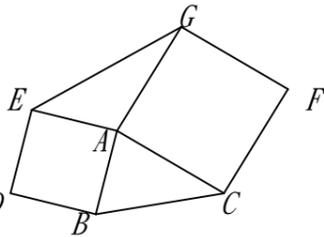
\overline{BD} 之交點, 則 $\frac{\Delta ABC\text{之面積}}{\Delta ACD\text{之面積}} = ?$

- (A) $\frac{3}{7}$
 (B) $\frac{2}{5}$
 (C) $\frac{2}{3}$
 (D) $\frac{3}{4}$

43. 如右圖, 三角形 ABC 之三邊長

$\overline{AB} = 7, \overline{BC} = 8, \overline{CA} = 9$,

若四邊形 $ABDE, ACFG$ 皆為正方形



形, 則 $\overline{EG} = ?$

- (A) 12
 (B) 14
 (C) 16
 (D) 18

44. 若直線 L 與直線 M 對稱於平面 $E: 2x+y+z=4$, 又已知 M

之方程式為 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$, 則 L 與 M 之交點為

- (A) $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$
 (B) $(\frac{11}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5})$
 (C) $(\frac{7}{3}, 1, \frac{2}{3})$
 (D) $(\frac{7}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8})$

45. 設多項式 $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$, 則 $f(x^{12})$ 除以 $f(x)$ 所得到的餘式為何?

- (A) 6
 (B) $5-x$
 (C) $4-x+x^2$
 (D) $3-x+x^2-x^3$

46. 方程式 $x^2 + 3y + z = 40$ 之正整數解有幾組?

- (A) 40
 (B) 45
 (C) 50
 (D) 55

47. 有一四次實係數方程式被分解為

$(x^2 + px + 8)(x^2 + px + 11) = 0$, 已知此方程式有兩個實根、兩個虛根, 且此兩實根的積為 8, 則下列何者可能為 p 之值?

- (A) 2
 (B) 4
 (C) 6
 (D) 8

48. 在空間中, 球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 10$ 上有兩 $A(3,0,1)$,

$B(1, \sqrt{5}, 2)$, 則 A 點到 B 點的最短球面距離為

- (A) $\frac{\sqrt{10}}{3}\pi$
 (B) $\frac{\sqrt{3}}{10}\pi$
 (C) $\sqrt{10}\pi$
 (D) $\sqrt{3}\pi$

49. 設 $a, b \in R$, 若在 $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{bmatrix}$ 所定義的變換之下, 把直線

$L: 2x + y - 7 = 0$ 變換到另一直線 $L': 9x + y - 91 = 0$, 則 $a+b=?$

- (A) 7
 (B) 9
 (C) 11
 (D) 13

50. 下列各極限值何者有誤?

(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1000n^2 - 6n + 5}{2000n^2 + 500n - 1} = \frac{1}{2}$

(B) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2}) = \frac{1}{2}$

(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} + 7}{4^{n+1} + 3^n} = \frac{1}{2}$

(D) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{\sqrt{2n^2-1}} + \frac{1}{\sqrt{2n^2-2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n^2-n}}) = \frac{1}{2}$

台南縣九十四學年度公立國民中學教師聯合甄選答案<數學>

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	D	D	D	C	B	A	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	D	D	C	D	D	B	A	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	A	C	C	A	B	A	C	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	B	B	B	C	D	D	A	D	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	B	D	A	B	C	A	A	D

- [邏輯語意測驗吧]不全是，當然最多兩個囉。
- [很難的國一] $\begin{cases} |x-2|-1=\alpha \Rightarrow x=\alpha+3, 1-\alpha \\ |x-2|-1=-\alpha \Rightarrow x=3-\alpha, \alpha+1 \end{cases}$ 只有 $\alpha=1$ 符合題目要求
- [等比級數和]就寫個幾項，應該就能找到答案了。
- [微積分－微分應用]還有交點，表示 $y=ax$ 為 $y=\ln x$ 的切線。 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} = a$
 $\Rightarrow x = \frac{1}{a}$ 代入兩方程式 $\Rightarrow y = ax = 1 = \ln x, x = e \Rightarrow$ 切點 $(e, 1) \Rightarrow a = \frac{1}{e}$
- [國一][8,7,6,5]-1=839
- [國一] $\begin{cases} \frac{1}{甲} + \frac{1}{乙} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{甲} + \frac{1}{丙} = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{乙} - \frac{1}{丙} = \frac{2}{15} \Rightarrow$ 每 $\frac{15}{2}$ 分鐘追過一圈
- [高二]符合題目要求的兩點，其對稱軸是 $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ 兩點 x 坐標和就是 π 。
- [國一] $0.9 < x < 1 \Rightarrow 1 = x^0 > x^{0.9} > x^x = y > x^1 \Rightarrow y > x$
 $\Rightarrow z = x^y < x^x = y, 1 > x^x \Rightarrow x^1 < x^{x^x} = z \Rightarrow x < z$
- [高三]唬人用的。 $a = \frac{\pi}{2} > 1, b = \frac{\pi}{4} < 1, c = 0$ ，代進去就知道=1了。
- [高二]E: $x + y + z = a + b + c \Rightarrow d(O, E) = \frac{|0 - a - b - c|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{a + b + c}{\sqrt{3}}$
- [國二]設紅球半徑=r，內周長= $3(8 + 2\sqrt{3})r = 876 \Rightarrow r = \frac{146}{4 + \sqrt{3}}$
- [高一] $f(x) = 2\sin 11x \sin x \Rightarrow (A)(B)$ 都錯，若極大值為2，表 $\cos 10x = 1, \cos 12x = -1$ ，無解。所以(C)錯。
- [高一] $40 = 2^3 \times 5 \Rightarrow$ 四相異正根 $\Rightarrow 1, 2, 4, 5 \Rightarrow a = -12$
- [高一] $\begin{cases} x + y = 5 \Rightarrow x = 5 - y \\ y + z = 7 \Rightarrow z = 7 - y \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = a = 3y^2 - 24y + 74$
 唯一解表 y 有重根 $\Rightarrow D = (-24)^2 - 4 \times 3 \times (74 - a) \Rightarrow a = 26$
- [高二] $\frac{3 \times 3 \times 3}{C_3^9} = \frac{27}{84}$
- [高一] $10^4 = 2^4 \times 5^4 \Rightarrow$ 有 $(4+1)(4+1)=25$ 個因數 $\Rightarrow A = (2^2 \times 5^2)^{25} = 10^{50}$
 $\log_{10} A = 50$
- [國三]表以 $x=4$ 為對稱軸，開口朝上，所以離對稱軸越遠，值越大。
 $f(6) > f(3) > f(4)$

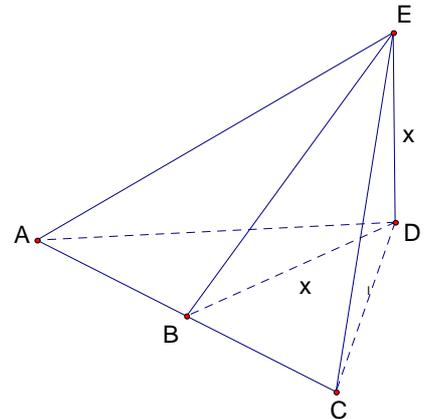
18. [高一] $f(i) = 0$ 又為實係數多項式，故虛根共軛成對，只剩一個實根。
19. [麻煩的國二]恆有實根，表判別式 ≥ 0 。故 $(t-8)^2 - 4(12-at) \geq 0$
 $t^2 + (4a-16)t + 16 \geq 0 \Rightarrow (4a-16)^2 - 4 \times 16 \leq 0 \Rightarrow 2 \leq a \leq 6$
20. [高一]空間概念吧，仰角變小，距離拉遠。角度等速遞減的話，表示速度加快。
21. [線代]還原成兩矩陣相乘之後，應該可以發現只是將兩矩陣轉置之後再相乘，那當然還是單位方陣 I ，所求 = 2。

22. [高一]設山高 $\overline{DE} = x = \overline{BD}$ ， $\overline{AD} = \sqrt{3}x$

$$\overline{CD} = \frac{x}{\sqrt{3}} \text{，用中線長公式做。}$$

$$1200^2 + (2x)^2 = 2[(\sqrt{3}x)^2 + (\frac{x}{\sqrt{3}})^2]$$

$$x = 300\sqrt{6}$$

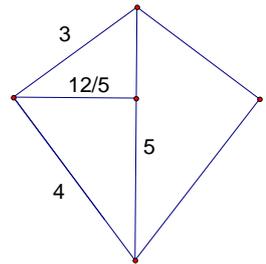


23. [高一]一樣座標化，定 $A(2,0), C(0,2), B(-\sqrt{3},-1)$

$$\text{所求} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{8-4\sqrt{3}} = \sqrt{8-2\sqrt{12}} = \sqrt{6}-\sqrt{2}$$

24. [高二] $\begin{cases} S_1 : \text{圓心}(1,0,0), r = 3 \\ S_2 : \text{圓心}(1,3,4), r = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{圓心距} = 5$ ，表示兩圓心與相

$$\text{交圓的剖面恰為一個鳶形。圓面積} = \frac{144}{25} \pi$$



25. [微積分-第二定理應用]所求 = $f'(0) = (\sin 0 + \sqrt{3} \cos 0)^2 = 3$

26. [高二]由雙曲線定義看，(A)是錯的。

27. [高三]符合旋轉矩陣的形式 $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ 只有(B)

28. [高二]科西不等式的變形，設 P 到 4,5,6 各邊的距離各為 x,y,z 。

$$\text{則 } 4x = 5y = 6z = 2\Delta = \frac{15}{2}\sqrt{7} \Rightarrow (x^2 + y^2 + z^2)(4^2 + 5^2 + 6^2) \geq \frac{225}{4} \times 7$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{225}{44}$$

29. [微積分](C)應該很明顯吧？

30. [微積分](A)(B)反例，絕對值函數， $f(x) = |x|$ ，(C)若 a 重根，則可能是反曲點。

31. [高一] $a - b = (\sin \frac{x_2}{2} - \sin \frac{x_1}{2})(\cos \frac{x_1}{2} - \cos \frac{x_2}{2})$, 在 $x_1 \leq x_2 < \frac{\pi}{4}$, $a - b \geq 0$

若 $\frac{\pi}{4} < x_1 \leq x_2 \Rightarrow \frac{\pi}{8} < \frac{x_1}{2} \leq \frac{x_2}{2}$, 則 $a - b$ 未必小於等於 0

32. [高一](A)充分條件(C)非充分非必要(D)非充分非必要

33. [高二]所有的 z 點集合而成的方程式會是 $y = -\frac{4}{3}i \cdot x$ 是一直線

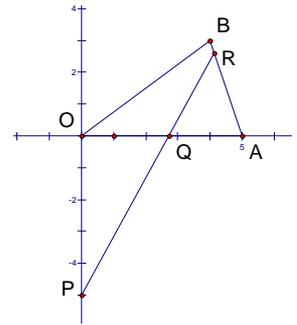
34. [國二]分母為 2 的 n 次, 就有 2 的 $n-1$ 次的項數, 所以在分母為 256 之前會有 127 項, 分子為 7 會是分母為 256 的第 4 項, 所以總共是 131 項。

35. [國三]設 L 交 \overline{AB} 於 $R(3+u, 4-2u)$, 交 \overline{OA} 於 $Q(v, 0)$ 。

$$(5-v)(4-2u) = 10, \quad \frac{5}{v} = \frac{9-2u}{3+u} \Rightarrow 15+5u = 9v-2uv$$

$$v = 3u + 1 \Rightarrow u = \frac{1}{3}, 3 \text{ (不合)}, v = 2。$$

L 過 $(2, 0), (0, -5)$, 斜率為 $\frac{5}{2}$



36. [高一] $\log 14! = \log 16! - \log 16 - \log 15$
 $= 13.3206 - 1 - 3 \log 2 - \log 3 = 10.9404$ 所以為 11 位數。

37. [高二]拋物線頂點為 $(-1, 1)$ 又 $4c=8, c=2$, 故焦點 $F(1, 1)$ 令 $A(1+x, 1+\sqrt{3}x)$

則 $\overline{AF} = 2x$, 將 A 代回拋物線, 得 $3x^2 = 8x + 16 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$ (不合), 4

$$\overline{AF} = 2x = 8$$

38. [高二]棣美弗 $\sin 95^\circ + i \cos 95^\circ = \cos(-5^\circ) + i \sin(-5^\circ)$, 轉到純虛數, 那就 18 次就夠了。 $\cos(-90^\circ) = 0$

39. [高二](A)應為 6^3 (B)應為 $P_3^6 = 120$ (C)應為 $H_3^6 = 42$

40. [高二]13 個裡面有 2 個, 選三次就 $\frac{2}{13} \times 3 = \frac{6}{13}$

41. [高三]標準差放大成 1.2 倍, 就是 a 值; 代回去可求得 b 值為 -0.4

42. [高一]令 $\overline{AE} = k \overline{AC} = 4k \overline{AB} + 3k \overline{AD}$ 又 B, E, D 共線, 故 $7k = 1, k = \frac{1}{7}$

$$\Rightarrow \overline{BE} : \overline{ED} = 3 : 4 \Rightarrow \Delta ABC : \Delta ACD = 3 : 4$$

43. [高一]利用 $\cos \angle EAG + \cos \angle BAC = 0 \Rightarrow \frac{7^2 + 9^2 - \overline{EG}^2}{2 \times 7 \times 9} = -\frac{7^2 + 9^2 - 8^2}{2 \times 7 \times 9}$

$$\overline{EG} = 14$$

44. [高二]我用偷吃步，LM 交點必在 E 上，代進去只有(D)符合。
45. [高一]令 w 為 $f(x) = 0$ 的解，則 $w^6 = 1$ 。 $f(x^{12}) = x^{60} + x^{48} + x^{36} + x^{24} + x^{12} + 1$
除以 $f(x)$ ，那就代吧 $\sim f(w^{12}) = w^{60} + w^{48} + w^{36} + w^{24} + w^{12} + 1 = 6$
46. [國二]一樣用表格窮舉。

共 45 組

x^2	1	4	9	16	25	36
$3y+z$	39	36	31	24	15	4
$3y$	3-36	3-33	3-30	3-21	3-12	3
解的數量	12	11	10	7	4	1

47. [高一]由題意知 $32 < p^2 < 44 \Rightarrow p = 6$
48. [高二]球心與 A,B 恰形成一正三角形，圓弧為 $r\theta = \sqrt{10} \times \frac{\pi}{3}$
49. [線代]先在 L 上隨便找兩點(0,7),(1,5)經過矩陣變換後為(7,7b)(a+5,5b-1)
代入 $9x-y=91$ ，求出 $b=4, a=3$
50. [微積分](D)應為 $\frac{1}{\sqrt{2}}$