

桃園縣九十五學年度國民中學教師甄選【專門科目：數學】試題

※注意事項：1. 答案一律寫在答案本上，如寫在試題卷上不予計分。

2. 不必抄題，但應標明題號，依序作答。(順序請由左至右，由上而下。)

3. 作答完畢，請將試題及答案本一併交回。

4. 本試題共 2 頁。

第一部份：選擇題(共 20 題，每題 3 分)

1. 下列何式不成立? (A) $\sqrt{2} \times \sqrt{-3} = \sqrt{6}i$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-3}}$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}}i \quad (C) \frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}i \quad (D) \frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

2. 數列 1、1、2、3、5、8、13、21、34... 稱為費波那契(Fibonacci)數列，則後項比前項的比值將趨近於

$$(A) \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (B) \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad (C) \frac{1-\sqrt{5}}{2} \quad (D) 2$$

3. 設 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, 則以下何者不真?

$$(A) \sin B = \cos B \quad (B) \sin A < \sin B < \sin C$$

$$(C) \cos A < \cos B < \cos C \quad (D) \sin A = \cos C$$

4. x 趨近於 0 時，下列何式的極限『不為 1』?

$$(A) \frac{\sin x}{x} \quad (B) \frac{1-\cos x}{x^2} \quad (C) \frac{\tan x}{x} \quad (D) \frac{\cos x}{x}$$

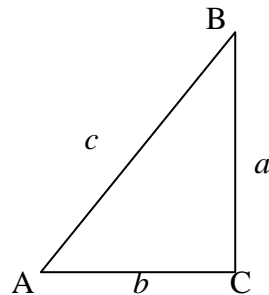
5. 關於餘弦「cosine」的知識表徵，下列何者不當?

如下圖：(A) 若 $\angle C$ 為直角，則 $\cos A = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

(B) 若 $\angle C$ 為直角，則 $\cos C = 0$

(C) 若 $\angle C$ 不為直角，則 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

$$(D) \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$



6. 關於餘弦函數「 $f(x) = \cos x$ 」的敘述，下列何者不當?

(A) 為週期函數 (B) $\frac{d}{dx} \cos x = \sin x$

(C) $\int_0^\pi \cos x dx = 1$ (D) 為對稱函數

7. 設 α, β 是二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩個非零根，若 $\frac{\alpha}{\beta}$ 和 $\frac{\beta}{\alpha}$ 是方程式 $ex^2 + fx + 1 = 0$ 的兩個根，則 f 的值是多少?

$$(A) 2 - \frac{b^2}{ac} \quad (B) \frac{b^2}{ac} - 2 \quad (C) 2 - \frac{b^2}{c} \quad (D) \frac{b^2}{c} - 2$$

8. 將 1, 2, 3, 4, 5, 6 這六個數字任意寫成六位數(數字不重複)，試問這個六位數正好是 6 的倍數的機率是多少?

$$(A) \frac{1}{6} \quad (B) \frac{1}{3} \quad (C) \frac{1}{2} \quad (D) \frac{2}{3}$$

9. 將 $(x+y+z+u+v+r+s+t)^2$ 乘開化簡後共有多少個不同的項? (A) 24 (B) 36 (C) 45 (D) 55

10. 將 $(2x^2 + \frac{1}{x})^9$ 展開化簡後，不含 x 的項之係數是多少?

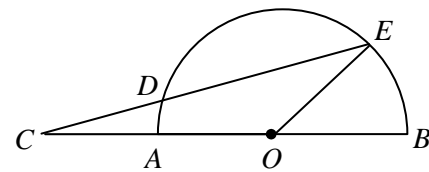
$$(A) 484 \quad (B) 596 \quad (C) 672 \quad (D) 778$$

11. 方程式 $x^2 + 2y^2 - 4x + 12y + 22 = 0$ (x, y 為實數) 的圖形為 (A) 一點 (B) 一圓 (C) 一橢圓 (D) 一拋物線

12. 如下圖， \overline{AB} 為半圓的直徑， O 為圓心， D 在半圓上，

$\overline{CD} = \overline{OA}$ ，若 $\angle EOB = 48^\circ$ ，則 $\angle ECO$ 為多少度?

$$(A) 12^\circ \quad (B) 16^\circ \quad (C) 20^\circ \quad (D) 24^\circ$$



13. 設 \overline{AB} 和 \overline{CD} 是圓 O 的直徑且 \overline{AB} 垂直 \overline{CD} ，弦 \overline{AP} 交 \overline{CD} 於 Q ，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AP} = 8$ ，則 Q 到圓心 O 的距離是多少?

$$(A) \frac{15}{4} \quad (B) \frac{11}{3} \quad (C) \frac{7}{2} \quad (D) 4$$

14. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ 的值為多少?

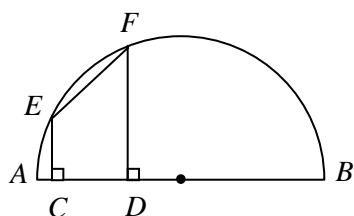
$$(A) 128 \quad (B) 64 \quad (C) -64 \quad (D) -128$$

15. 設 a 為大於 1 的整數，若 $(\log_a x)(\log_3 a) = \frac{7}{2}$ ，則 x 的值

$$\text{是多少? } (A) \sqrt{3} \quad (B) 3\sqrt{3} \quad (C) 9\sqrt{3} \quad (D) 27\sqrt{3}$$

16. 如下圖， \overline{AB} 是半圓的直徑， C 和 D 在 \overline{AB} 上， \overline{CE} 和 \overline{FD} 垂直 \overline{AB} ， E 和 F 在半圓上。若 $\overline{AB} = 26$ ， $\overline{AC} = 1$ ， $\overline{CD} = 7$ ，則 \overline{EF} 的長是多少？

(A) $7\sqrt{3}$ (B) $7\sqrt{2}$ (C) $6\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{2}$



17. 試求 $\sum_{k=1}^{180} \cos 2k^\circ$ 之值？

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2

18. 若將 $10 \times 10 \times 10$ 的正立方體切成 $1 \times 1 \times 1$ 的正立方體。問表面積增加幾倍？

(A) 100 (B) 10 (C) 1000 (D) 10000

19. 若已知三向量 $\vec{a} = (4, -5, 3)$ ， $\vec{b} = (7, 5, 4)$ ， $\vec{c} = (5, -4, 3)$ ，則此三向量所決定的平行六面體體積為何？

(A) 13 (B) 17 (C) 30 (D) 35

20. 四分位差可看一組數的：

(A) 中間位置
(B) 集中趨勢
(C) 最大值
(D) 最小值

第二部份：選擇題（共 10 題，每題 4 分）

21. 設 n 是任意正整數，下列何者恆正確？

(甲) $(n+1)^n > n^{n+1}$ (乙) $n \sin \frac{1}{n} < 1$ (丙) $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = \frac{n(n+1)}{2}$

(A) 僅(丙)恆正確

(B) 僅(甲)，(乙)恆正確

(C) 僅(乙)，(丙)恆正確

(D) (甲)，(乙)，(丙)都恆正確

22. 在複數平面上，滿足 $|z+1| = 4 - |z-1|$ 的點形成什麼樣的圖形？

(A) 一圓
(B) 兩條相交直線
(C) 一橢圓
(D) 一雙曲線

23. 設 $f(x) = \frac{a\sqrt{x^2+9}-b}{x-4}$ ，其中 a, b 為常數。若

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ 且極限 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ 存在，則 b 之值為何？

(A) 5 (B) 4 (C) 2 (D) 1

24. 若 $x^3 + 3x^2 - 6x + k = 0$ 的三個根成等差數列，則 k 的值是多少？(A) -8 (B) -6 (C) 2 (D) 5

25. 下列哪一個選項中的曲線有相同的圖形？

(A) $y = 2x$ 和 $\sqrt{y} = \sqrt{2x}$

(B) $x^2 + y^2 = 25$ 和 $y = \sqrt{25 - x^2}$

(C) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$ 和 $x + y = 9$

(D) $x^2 + y^2 = 1$ 和 $\sqrt{x^2 + y^2} = 1$

26. 設 A 是一個三位數，其各位數字都不是 0，且其中某一位數字是其他兩位數字的和(例如：235, 716, ...)。試問這種 A 共有幾個？(A) 60 (B) 96 (C) 108 (D) 120

27. 設 $z^3 + i = 0$ 之三根分別為 i, z_1, z_2 則下列何者正確？

(A) $(z_1 - \bar{z}_1)(z_2 - \bar{z}_2) = -1$ (B) $(z_1 + \bar{z}_1)(z_2 + \bar{z}_2) = 1$

(C) $z_1 - z_2 = 1$ (D) $z_1 + z_2 = 1$

28. 級數 $\frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \dots + \frac{n}{5^n} + \dots = ?$

(A) 5/16 (B) 4/5 (C) 1/16 (D) 1/5

29. 求二歪斜線 $L_1: \frac{x-7}{4} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+6}{-1}$ 與

$L_2: \frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-1}{-2}$ 之公垂線段長？

(A) $\sqrt{89}$ (B) $\sqrt{78}$ (C) $\sqrt{74}$ (D) 17

30. 若 $\log_{1/3} \log_3 x > 1$ ，則 x 的範圍為？

(A) $0 < x < \sqrt[3]{3}$

(B) $1 < x < \sqrt[3]{3}$

(C) $2 < x < \sqrt[3]{3}$

(D) $x < \sqrt[3]{3}$

桃園縣九十五學年度國民中學教師甄選
【 專 門 科 目 ： 數 學 】 試 題
試題答案

第一部份：選擇題（共 20 題，每題 3 分）

1.	2.	3.	4.	5.
B	B	C	D	D
6.	7.	8.	9.	10.
B	A	C	B	C
11.	12.	13.	14.	15.
A	B	A	A	D
16.	17.	18.	19.	20.
B	A	B	C	B

第二部份：選擇題（共 10 題，每題 4 分）

21.	22.	23.	24.	25.
送分	C	A	A	D
26.	27.	28.	29.	30.
C	A	A	B	B

95 桃園縣略解

1. [高一]基本題，(B)應為 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-3}} = -\frac{\sqrt{2}i}{\sqrt{3}}$
2. [高三—遞迴]費式數列的精神是前兩項加出第三項，所以若趨近等比，可得

$$x^2 = x + 1 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (\text{負不合})$$
3. [高一]基本題，在第一象限內，餘弦遞減，正弦遞增。選(C)
4. [微積分]羅必達套一套，(B)是 $\frac{1}{2}$ ，(D)不存在。

5. [高一]又出現表徵，到底哪個教授特愛這詞？(D) $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 才對。

6. [微積分]又餘弦，(B)應為 $\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$

$$7. \quad [\text{國二}] \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{c}{a} \\ \alpha\beta = \frac{b}{a} \end{cases} \text{ 又 } \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = -\frac{f}{e} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \\ \frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\beta}{\alpha} = 1 = \frac{1}{e} \Rightarrow e = 1 \end{cases} \Rightarrow f = 2 - \frac{b^2}{ac}$$

8. [國三]反正一定會是 3 的倍數，只要個位數選到偶數，就符合條件，故 $\frac{1}{2}$ 。

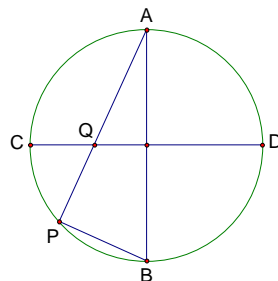
9. [高二]八個湊兩個， $H_2^8 = C_2^9 = 36$

10. [高二]常數項為 $C_3^9 \times 2^3 \times 1^6 = 672$

11. [高二]配方後，為 $(x-2)^2 + 2(y+3)^2 = 0$ ，為一點。

12. [國二]外角定理，等腰三角形做一做，可以得到
 $\angle ECO = 16^\circ$ 。

13. [國三]如右圖， $\frac{\overline{OQ}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{AO}}{\overline{AP}} \Rightarrow \overline{OQ} = \frac{15}{4}$

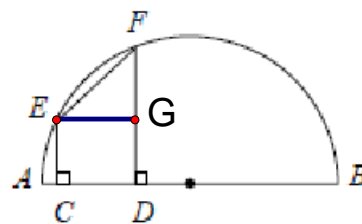


14. [高二]就默默地從四階降三階，再乘開得到 128。

15. [高一]換底公式 $\frac{\log x}{\log a} \times \frac{\log a}{\log 3} = \frac{7}{2} \Rightarrow \log_3 x = \frac{7}{2} \Rightarrow x = 3^{\frac{7}{2}}$

16. [國二] $\overline{EG} = \overline{CD} = 7$ ， $\overline{CE} = \overline{DG} = 5$

$$\overline{FG} = 7, \quad \overline{EF} = 7\sqrt{2}$$



17. [高一]餘弦值的對稱性，所以就 0。

18. [國一]國二理化會出現的問題，邊長切成十份，表面積增加 10 倍，

19. [高二]平行六面體體積就這三個向量的行列式值的絕對值 = 30

20. [國三]四分位差就 $Q3-Q1$ ，比較恰當的是(A)了。

21. [送分]

22. [高二]兩段長度和為定值就是橢圓啦。

23. [微積分] $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ 存在，表 $a\sqrt{x^2+9}-b$ 有 $x-4$ 的因式。

故 $5a-b=0$ 又 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)=1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow b=5$

24. [高一]三根和為 -3 ，又成等差，故可設為 $-1-d$ ， -1 ， $-1+d$ 。

$-6=(1+d)+(1-d)+(1-d^2) \Rightarrow d=\pm 3 \Rightarrow$ 三根為 $-4,-1,2 \Rightarrow k=-8$

25. [高一](A)(B)(C)都是加了根號之後，會少負的部分。

26. [高二] (112、123~189) 有 8 個；(224、235~279)有 6 個；

(336~369)有 4 個；(448~459)有 2 個。排列後就 120。

27. [高一]這只能慢慢代入檢查了。

28. [高一]與 93 嘉義縣 19 題精神相同，做兩次等比數列，可得 $\frac{5}{16}$

29. [高二]我是用偷吃步，先用外積算出公垂線段的向量是(2,5,-7)，其長度是

$\sqrt{78}$ ，就選它了。

30. [高一]多半就考真數要大於 0 的限制。所以 $0 < \log_3 x < \frac{1}{3}$ ， $1 < x < 3^{\frac{1}{3}}$