

科目：數學科

准考證號碼：_____

題型：選擇題共 40 題（每題 2.5 分）

(D) 1. 已知某六位數前三位數字與後三位數字相同，順序也相同，則下列哪一個數一定是這六位數的因數？

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

(C) 2. 已知六位數 $1234xy$ 可以被 8 及 9 整除，則 $x + y$ 之值為何？

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

(B) 3. 給定兩線段及一個角。試問至多能作多少個三角形，使它的兩邊與給定的線段一樣長且其中一邊的對角與給定的角一樣大？

- (A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個

(C) 4. 試問使得 $\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \cdots + \frac{12}{n}$ 為整數的正整數 n 有多少個？

- (A) 2 個 (B) 4 個 (C) 8 個 (D) 16 個

(C) 5. 大明、小華兩人同時沿同一路徑前往某處。若大明每天固定走 16 公里，而小華第一天走 10 公里，以後每天都比前一天多走 500 公尺。請問幾天後小華會追上大明？

- (A) 21 (B) 23 (C) 25 (D) 27

(D) 6. 將 31 、 2×31 、 $3 \times 31 \cdots$ 、 31×31 這些數相加所得的和，再除以 5 的餘數是多少？

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

(D) 7. 將 $\frac{1}{7}$ 化成小數，小數點後第 100 位的數字為

- (A) 1 (B) 2 (C) 7 (D) 8

(D) 8. 方程式 $2x + 3y = 100$ ，有多少組正整數解？

- (A) 50 (B) 33 (C) 20 (D) 16

(C) 9. 下列選項中，哪一命題是不成立的？

- (A) 四邊形的一組對邊平行且等長，則此四邊形為平行四邊形。
 (B) 四邊形的對角線相互平分，則此四邊形為平行四邊形。
 (C) 四邊形的一組對邊平行，另一組對邊等長，則此四邊形為平行四邊形。
 (D) 通過四邊形的兩對角線交點的直線，都會將平分四邊形面積，則此四邊形為平行四邊形。

(D) 10. 某一學校有 532 名學生，要從 4 位候選人中，選一位全校模範生。若以得票數最多者獲勝，那麼最少要得到多少票才篤定當選？

- (A) 133 票 (B) 134 票 (C) 266 票 (D) 267 票

(C) 11. 小英與小明一起排隊買票看電影，如果排隊買票的人總共有 n 個，他們排成一行，請問小明一定排在小英之前的排法有幾種？

- (A) $(n - 1)!$ (B) $(n - 2)!$ (C) $\frac{n!}{2}$ (D) $n(n - 1)$

(C) 12. 若實數 x 滿足 $x^2 - 11x + 1 = 0$ ，則 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值是多少？

- (A) 11 (B) 91 (C) 119 (D) 121

(C) 13. 連續丟擲一枚公正的硬幣 10 次，結果出現正面 6 次、反面 4 次，試問再丟擲一次會出現反面的機率為

- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{6}{11}$

(C) 14. 下列哪一個數是無理數？

- (A) $(\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2$ (B) $1+i$ (C) π (D) 0.9

(C) 15. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，則 \overline{BC} 的長為

- (A) $\sqrt{27}$ (B) $\sqrt{29}$ (C) $\sqrt{31}$ (D) $\sqrt{33}$

(A) 16. 將一長方形紙張對折之後的長方形與原來的長方形相似，則此長方形的長寬比為

- (A) $\sqrt{2} : 1$ (B) $2 : 1$ (C) $4 : 1$ (D) $\frac{\sqrt{5}+1}{2} : 1$

(A) 17. 已知某圖形序列是以 \curvearrowright 、 \curvearrowleft 、 \updownarrow 、 \updownarrow 、 \leftrightarrow 、 \updownarrow 、 \curvearrowright 七種圖形依某種固定的順序排列而成的。設編號第 75 至第 81 的圖形如下表所示：

編號	1	...	75	76	77	78	79	80	81	...
圖案		...	\curvearrowright	\curvearrowleft	\updownarrow	\updownarrow	\leftrightarrow	\updownarrow	\curvearrowright	...

試問編號第 19 的圖形為哪一個？

- (A) \curvearrowright (B) \updownarrow (C) \curvearrowright (D) \leftrightarrow

(D) 18. 已知某拋物線的方程式為 $y = -x^2 - 4x + 3$ ，若將 x 代換為 $x-3$ ，且將 y 代換為 $y+2$ ，而得到一個新的拋物線方程式，則此新拋物線的頂點坐標 (h, k) 為何？

- (A) $(-1, 5)$ (B) $(-1, -5)$ (C) $(1, -5)$ (D) $(1, 5)$

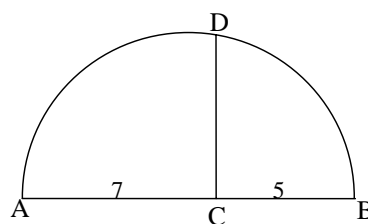
(B) 19. 下列敘述何者正確？

- (A) $\sin 40^\circ = \csc 50^\circ$ (B) $\sec 25^\circ = \csc 75^\circ$ (C) $\tan 20^\circ = \frac{1}{\cot 70^\circ}$ (D) $\tan 43^\circ = \frac{1}{\cot 43^\circ}$

(B) 20. 如圖所示的圓弧 ADB 為半圓， \overline{AB} 為直徑，

$\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{CB} = 5$ 。試問 $\overline{CD} = ?$

- (A) 6 (B) $\sqrt{35}$ (C) 6.5 (D) $\sqrt{24}$



(A) 21. 設函數 $f: N \rightarrow N$ ，已知 $f(2) = 3$ ，且對所有的 $n \geq 2$ ， $nf(n) - (n-1)f(n+1) = 1$ 均成立，則函數 $f(n) = ?$

- (A) $2n-1$ (B) $-2n+7$ (C) $3n-3$ (D) $-3n+9$

(C) 22. 知 $\triangle ABC$ 的三邊分別在 $x-y=0$ 、 $x-3y=8$ 、 $2x+y=9$ 三條直線上，則 $\triangle ABC$ 的面積為多少？

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 23

(D) 23. 設甲箱中有黑、白球各一個，乙箱中兩個白球。某人先從甲箱中任意取一球放入乙箱中，再自乙箱中任意取一球放入甲箱中，完成這兩個程序即稱完成一次「換球」。當完成第三次「換球」時，甲箱中恰有一個黑球的機率為多少？

- (A) $\frac{4}{21}$ (B) $\frac{7}{32}$ (C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{14}{27}$

(A) 24. 某次段考數學成績全班最高分只有 45 分，老師用一個線型函數來調整分數，使得 45 分變成 100 分，25 分變成 60 分，如果甲生原來是 35 分，加分後變成幾分？

- (A) 80 分 (B) 78 分 (C) 72 分 (D) 62 分

(A) 25. 已知 $126^a = 3$ ， $126^b = 7$ ，則 $42^{\frac{1+a-b}{1-a}}$ 之值為何？

- (A) 54 (B) 42 (C) 35 (D) 21

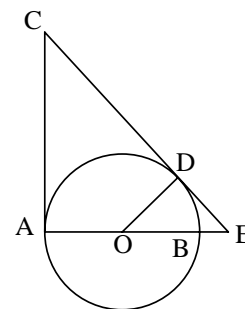
(C) 26. 設 a, b 為實數，且知 $b > a > 1$ 。若 a, b 滿足 $2 \log_a b - 9 \log_b a - 3 = 0$ ，則 $b^{\frac{1}{3}} - a^2 + 5$ 的最大值為多少？

- (A) $7\frac{1}{4}$ (B) $6\frac{1}{4}$ (C) $5\frac{1}{4}$ (D) $4\frac{1}{4}$

(C) 27. 已如右圖， O 為圓心， \overline{AB} 為直徑， \overline{CA} 與 \overline{CD} 分別切圓 O 於 A, D 兩點。

若 $\overline{AB} = 38$ ，且知 $\triangle ODE$ 的周長為 76，則 $\triangle ACE$ 的周長是多少？

- (A) 150 (B) 151
(C) 152 (D) 153



(D) 28. 下列哪一個敘述一定是正確的？

- (A) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |y_0|$ ，則 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = y_0$
(B) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ ，則 $\lim_{x \rightarrow x_0} (f \circ g)(x)$ 必存在
(C) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ ，則 $f(x)$ 在點 $x = x_0$ 連續
(D) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(f(x) - f(x_0))}{(x - x_0)}$ 存在，則 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

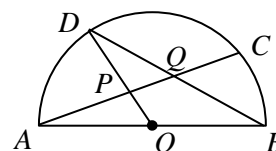
(B) 29. $\sqrt{25^{4a^2}}$ 等於下列哪一個？

- (A) $25^{2|a|}$ (B) 25^{2a^2} (C) $5^{2|a|}$ (D) 5^{2a^2}

(A) 30. 右圖為半圓，圓心為 O ， \overline{AB} 為直徑，弦 \overline{AC} 與半徑 \overline{OD} 交於 P ，與弦 \overline{BD}

交於 Q 。若 $\angle CAB = 19^\circ$ ， $\angle APO = 99^\circ$ ，則 $\angle CQB$ 是多少度？

- (A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53



(A) 31. 設 $2x^3 - 8x^2 + x + 6 = a(x-3)^3 + b(x-3)^2 + c(x-3) + d$ ，那麼 c 的值為多少？

- (A) 7 (B) 8 (C) -9 (D) 10

(C) 32. 從 1, 1, 2, 3, 3, 5 六個數字中，取四個數字，組成一個四位數，試問可組成多少個不同的四位數？

- (A) 15 (B) 90 (C) 102 (D) 124

(B) 33. 在坐標平面上，下列哪一個方程式所代表的直線是圓 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ 的切線？

- (A) $3x + 4y = 5$ (B) $3x + 4y = 17$ (C) $3x + 4y = 3$ (D) $3x + 4y = 27$

(A) 34. 在坐標平面上，點 $(5, 6)$ 對於圓 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ 的切線段長為

- (A) $\sqrt{37}$ (B) $\sqrt{41}$ (C) $\sqrt{45}$ (D) $\sqrt{57}$

(C) 35. 甲、乙、丙三人依序（甲、乙、丙、甲、乙、…）丟一粒公正骰子。試問第一次出現 3 點是由丙丟出的機率為何？

- (A) $\frac{22}{35}$ (B) $\frac{13}{54}$ (C) $\frac{25}{91}$ (D) $\frac{53}{216}$

(D) 36. 使得 $\frac{16!}{n}$ 為完全平方數的最小正整數 n 是多少？

(A) 130

(B) 385

(C) 1001

(D) 1430

(B) 37.試求 19^{17} 的十位數字為何？

(A) 2

(B) 3

(C) 8

(D) 9

(B) 38.班上有 n 位同學，編號依次為 $1, 2, \dots, n$ ， n 是一個偶數。今用平方數將全班同學加以配對，亦即若兩個人號碼加起來為平方數時，將這兩個人配對成一組，但一個人只能在一組，不可以重複。請問當 n 是下列哪一個值時，可將班上全部同學依平方數加以配對？

(A) 6

(B) 8

(C) 10

(D) 12

(D) 39.將曲線 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 與 $y = x$ 在第一象限所夾的區域，繞 x 軸旋轉一周所得立體圖形的體積為多少？

(A) π (B) $\frac{2}{3}\pi$ (C) $\frac{1}{2}\pi$ (D) $\frac{1}{3}\pi$

(C) 40.計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \sin \frac{\pi}{n} \right) = ?$

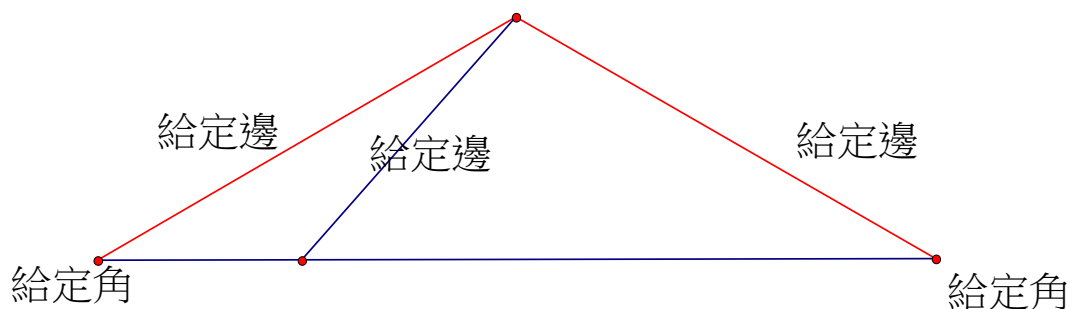
(A) 0

(B) 1

(C) π (D) ∞

95 台北縣略解

1. [國一]考 $1001=7 \times 11 \times 13$ ，所以(D)
2. [國一]考數字和為 9 的倍數，則原數就是 9 的倍數。所以 $1+2+3+4+x+y$ 應該是 18，所以 $x+y=8$
3. [國二]考 SAS，與 ASS 作圖。可做兩個。如下圖。



4. [國一]老梗題， $\frac{78}{n}$ ，78 有 8 個正因數。
5. [國小]過了一天，小華落後大明 6 公里，每天只能追 0.5 公里，所以要 24 天才追上，加一開始的一天，所以共 25 天。
6. [國二]和為 $31 \times \frac{31 \times 32}{2}$ ，也不用乘開，有同餘的概念，可以得到 1。
7. [國小] $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$ ， $100=6 \times 16+4$ ，所以 8。
8. [國一] $3y = 100 - 2x = 2(50 - x)$ ，1 到 50 只有 16 個 3 的倍數。
9. [國二](C)可能是等腰梯形。
10. [鴿籠原理] $\frac{532}{2} + 1 = 267$
11. [高二]今年北市又有考，誰前誰後一定一半一半，排列數除以 2 就好。 $\frac{n!}{2}$
12. [國二]老梗題， $x + \frac{1}{x} = 11 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11^2 - 2 = 119$
13. [國三]送分到不行的題目，每次都是獨立事件，就 $\frac{1}{2}$ 。
14. [國二] π 是超越數，無理到不行的數。
15. [高一]餘弦定理， $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\overline{AB} \times \overline{AC} \times \cos \angle BAC = 31$
16. [國二]設原本長為 x ，寬為 1，對摺後， $\frac{x}{1} = \frac{1}{\frac{x}{2}} \Rightarrow x = \sqrt{2}$
17. [國二]數形關係吧，19 跟 75 對 7 同模，所以就往左囉。

18. [國三]原本拋物線頂點為 $(-2,7)$ ，經向右3，向下2，平移後，移到 $(1,5)$ 。

19. [高一]送分題。

20. [國三]相似形， $\overline{CD}^2 = \overline{AC} \times \overline{BC} = 35$

21. [高一]遇到這種一堆代號的，我就代數字，先找出 $f(3) = 5$ ，答案就只剩一個了。有興趣可以自己推導一下。

22. [國二]先找出三角形三頂點坐標為 $(-4, -4)$ ， $(3, 3)$ ， $(5, -1)$ ，再套知名但又不知道名字的公式。 $\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 3 & 5 & -4 \\ -4 & 3 & -1 & -4 \end{vmatrix} = 21$

23. [線代-馬克夫鏈]轉移矩陣為 $\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ ，初始矩陣為 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，第一次 $\begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

第二次 $\begin{bmatrix} \frac{5}{9} \\ \frac{4}{9} \end{bmatrix}$ ，第三次 $\begin{bmatrix} \frac{14}{27} \\ \frac{13}{27} \end{bmatrix}$ 。如果要掌握這類題目，轉移矩陣最好學會怎麼

生出來。

24. [國一]線型轉換就最多平移並增加斜率，所以原本是等差中項，轉換後還是等差中項，就80。

25. [高一] $a = \frac{\log 3}{\log 126}$, $b = \frac{\log 7}{\log 126}$ ， $\frac{1+a-b}{1-a} = \frac{\log 54}{\log 42}$ ，所求=54。

26. [送分]

27. [國三]設 $\overline{DE} = x$, $\overline{OE} = 57 - x$ ， $\overline{AC} = \overline{CD} = y$ ， $\frac{x}{76-x} = \frac{19}{y} = \frac{57-x}{y+x} = \frac{57}{76+y}$
 $y = 38 \Rightarrow$ 所求 $= 76 + 2y = 152$

28. [微積分](A)可能正，可能負(B)合成函數很難講，一時想不到例子(C)極限存在未必連續，例如：跳點。

29. [國二]開根號就指數減半。

30. [國三]先得到 $\angle AOP = 62^\circ = AD$ 弧度數， $\angle CQB = \frac{1}{2}(AD\text{弧} + BC\text{弧}) = 50^\circ$

31. [高一]就綜合除法，算到第三次，得到 $c=7$ 。

32. [高二] $\begin{cases} xxyy : \frac{4!}{2!2!} = 6 \\ xxyz : 2 \times C_2^3 \times \frac{4!}{2!} = 72 \Rightarrow \text{共 } 102 \text{ 種} \\ wxyz : 4! = 24 \end{cases}$

33. [高二]算圓心(1,1)到哪條直線的距離等於半徑 4，就得到答案了。
 34. [國三]切線長就直接塞進去方程式開根號就好了。不難證，很好用。

$$\sqrt{(5-1)^2 + (6-1)^2} - 4 = \sqrt{37}$$

35. [高二]乙得期待甲沒中，所以是甲的六分之五，同理丙也是乙的六分之五，
 所以甲：乙：丙=36：30：25，也就是丙 $\frac{25}{91}$ 。

36. [高一] $16! = 16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 去掉平方數剩下 $13 \times 11 \times 10 = 1430$

37. [高二]二項式定理： $19^{17} = (20-1)^{17}$ ，所以算出十位數之後，要記得扣掉一，
 也就是少 1 才是答案。 $C_1^{17} \times 20 \times (-1)^{16} = 340$ ，答案為 3。
 38. [國二]每一對可以都是 $1+n$ 的狀況下，如果 $1+n$ 是完全平方數就滿足題意，
 所以選 8。

39. [微積分－積分應用]交於(0,0)(1,1)， $y = \sqrt{2x-x^2}$ 在上。

$$V = \pi \int_0^1 (2x - x^2) - (x^2) dx = \pi \left(x^2 - \frac{2}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{3}$$

40. [微積分－極限] $\lim_{n \rightarrow \infty} (n \sin \frac{\pi}{n}) = \lim_{\frac{\pi}{n} \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} = \pi$