

桃園縣九十六年度國中教師甄選【專門科目：數學】試題

※注意事項：1. 答案一律寫在答案本上，如寫在試題卷上不予計分。

2. 不必抄題，依序作答。

3. 作答完畢，請將試題及答案本一併交回。

4. 本試題共二頁。

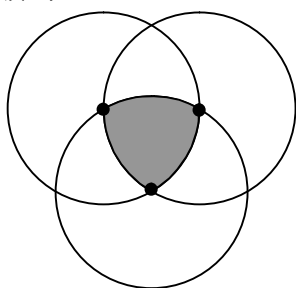
一、單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案(共25題，每題4分，合計100分)

1. 下列何者是質數？

- (A) 91
- (B) 119
- (C) 211
- (D) 221

2. 三個半徑為1的圓相交，每個圓都通過其它兩圓的圓心，如下圖，則陰影區域的面積為

- (A) $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$
- (B) $\frac{\pi - 1}{2}$
- (C) $\frac{\pi + 1}{2}$
- (D) $\frac{3\pi}{4} - \sqrt{3}$



3. 設函數 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} & x > 0 \end{cases}$

若 $f(a) > 2$ ，則 a 之取值範圍為

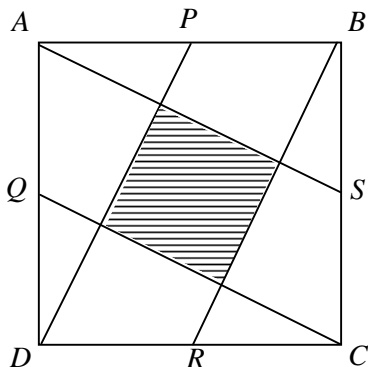
- (A) $-1 < a < 1$
- (B) $a > -1$
- (C) $a < -2$ 或 $a > 0$
- (D) $a < -1$ 或 $a > 1$

4. 若方程組 $\begin{cases} 4x + 5y - 5z = -1 \\ 2x + ay - z = 1 \\ ax - y + z = 2 \end{cases}$ 無解，則 a 的值為

- (A) $\frac{2}{3}$
- (B) 1
- (C) -1
- (D) $-\frac{4}{5}$

5. 下圖正方形 $ABCD$ 中， P 、 Q 、 R 、 S 分別為各邊之中點。若正方形 $ABCD$ 面積為 a 平方單位，則斜線區域為多少平方單位？

- (A) $\frac{1}{4}a$
- (B) $\frac{1}{5}a$
- (C) $\frac{2}{5}a$
- (D) $\frac{2}{7}a$



6. 計算 $(52 + 6\sqrt{43})^{\frac{3}{2}} - (52 - 6\sqrt{43})^{\frac{3}{2}}$ 的值為

- (A) 738
- (B) 782
- (C) 828
- (D) 876

7. $\frac{x}{9x^4 + 6x^2 + 1}$ 的反導函數為

- (A) $\frac{1}{6(3x^2 + 1)} + c$
- (B) $\frac{-1}{6(3x^2 + 1)} + c$
- (C) $\frac{6}{3x^2 + 1} + c$
- (D) $\frac{-6}{3x^2 + 1} + c$

8. 設 $f(x) = 2^x$ ，則 $f(x)$ 的 n 階導數 $f^{(n)}(x)$ 為

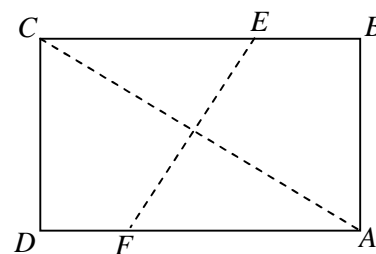
- (A) 2^x
- (B) 2^{nx}
- (C) $(\ln 2)^n \cdot 2^x$
- (D) $(\ln 2) \cdot 2^x$

9. 設 $a = \sqrt[3]{0.343}$ ， $b = \sqrt[4]{0.625}$ ， $c = \sqrt[5]{0.243}$ ，則

- (A) $a > b > c$
- (B) $b > c > a$
- (C) $b > a > c$
- (D) $c > b > a$

10. 將長方形紙片 $ABCD$ 折疊，使點 A 與 C 重合， \overline{EF} 為折痕，如圖，若 $\overline{AC} = 2\sqrt{5}$ ， $\tan(\angle CAD) = \frac{1}{2}$ ，則 \overline{EF} 的長度為

- (A) $\frac{3}{2}$
- (B) 2
- (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- (D) $\sqrt{5}$



11. 投擲一個公正的骰子二次，求第二次出現的點數會大於第一次出現點數的機率為

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{2}{3}$
- (C) $\frac{5}{12}$
- (D) $\frac{7}{12}$

12. $x^3 + y^3 - 6xy = 0$ 在點 $P(3,3)$ 的法線方程式為 $ax + y + c = 0$ ，則 $2a + c = ?$
- (A) -2
(B) -1
(C) 1
(D) 2

13. 設 $x > 0$ ，則滿足 $x^{2x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ 的所有解的和為
- (A) 1
(B) $\frac{25}{16}$
(C) $\frac{16}{9}$
(D) 2

14. 設 $x = \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{8}}}$ ，則 $\log_{16}(x+1)^8 =$
- (A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{3}{4}$
(C) 1
(D) 2

15. f 為一可微函數，若 $f\left(\frac{x^3-1}{x^3+1}\right) = x^3 - 1$ ，求 $f'(0) = ?$
- (A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3

16. 已知 $2^x + 2^y = a$ ， $2^x - 2^y = 2$ 且 $x + y = 3$ ，求 $a = ?$
- (A) ± 6
(B) ± 4
(C) 4
(D) 6

17. 已知三圓相互外切，連心線長分別為 3 、 4 、 5 ，則三圓中最大圓半徑為
- (A) $\frac{3}{2}$
(B) 2
(C) $\frac{5}{2}$
(D) 3

18. 設 $x, y, z \in R$ ，若 $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ ，則 $x + y + z$ 的最大值為
- (A) 4
(B) 5
(C) 7
(D) 9

19. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \cdot \ln x) = ?$
- (A) 0
(B) 1
(C) $\ln 2$
(D) ∞

20. 小島上有兩個國家：君子國的人只說實話，小人國的人只說謊話。有一天，你在這個島上遇到 A 和 B 兩人，A 說：「B 是小人國的人。」B 說：「我和 A 來自不同的國家。」，A 和 B 到底是哪裡人呢？
- (A) A 為君子國，B 為小人國
(B) A 為小人國，B 為君子國
(C) A 和 B 皆為小人國
(D) 以上皆有可能

21. $(111349)^5$ 和 75882
- (A) 互質
(B) 不互質，有兩位數之公因數
(C) 不互質，有三位數之公因數
(D) 不互質，有四位數之公因數

22. 求 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = ?$
- (A) $\frac{1}{3}$
(B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{5}$
(D) $\frac{1}{6}$

23. 比較函數 $y = a^x$ 與 $y = \log_a x$ 的圖形
- (A) 都通過 $(1, 0)$ 這一個點
(B) 當 $a > 1$ 時，兩者皆為嚴格遞減圖形
(C) 當 $0 < a < 1$ 時，兩者皆為嚴格遞增圖形
(D) 兩圖形對稱於直線 $y = x$

24. 圖形方程式 $4x^2 - 16y^2 + 4x + 16y - 3 = 0$ 為
- (A) 橢圓
(B) 雙曲線
(C) 兩相交直線
(D) 空集合

25. $\int_0^1 x^4 (\ln x)^4 dx = ?$
- (A) $\frac{4!}{4^4}$
(B) $\frac{4!}{5^5}$
(C) $\frac{5!}{4^4}$
(D) $\frac{5!}{5^5}$