

科目：數學科

准考證號碼：

選擇題共 40 題，每題 2.5 分

- (D)1. 若 $A = 64 \times 2873$ ，則 A 的正因數個數有多少個？
 (A) 4 (B) 12 (C) 14 (D) 42
- (B)2. 設 a, b 都是正整數，若 a 除以 b 得商 9，餘數為 15，則 a 除以 9 的餘數為何？
 (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 15
- (D)3. 已知 $p = 6 + a = 87 + b$ ，其中 p, a, b 都是質數，則 $p + a + b = ?$
 (A) 109 (B) 135 (C) 156 (D) 174
- (B)4. 若 227 除以正整數 n 的餘數為 17，而 338 除以 n 的餘數為 23，則 n 的最小值為何？
 (A) 21 (B) 35 (C) 42 (D) 105
- (C)5. 已知 $p = 4n^2 - 9n - 9$ 為質數，其中 n 為正整數，則 $p = ?$
 (A) 13 (B) 17 (C) 19 (D) 21
- (D)6. 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\cdots+(2n-1)}{6n^2+100} = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$
- (A)7. 已知七位數 $876a43b$ 是 44 的倍數，則整數 $a = ?$
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- (C)8. 設向量 $\vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} = (1, -2)$ ，且 $(3, 4) = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，則 $x + y = ?$
 (A) $\frac{8}{7}$ (B) $\frac{9}{7}$ (C) $\frac{11}{7}$ (D) $\frac{12}{7}$
- (D)9. 下列哪一個數不是 $20^{17} - 20$ 的因數？
 (A) 17 (B) 19 (C) 21 (D) 23
- (A)10. 已知 $3^{100} - 2^{99}$ 是一正整數，其個位數字為何？
 (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9
- (A)11. 設 $a = n + b$ ，其中 n 為正整數且 $0 \leq b < 1$ 。若 $a^2 + b^2 = 18$ ，則 $a = ?$
 (A) $2 + \sqrt{5}$ (B) $3 + \sqrt{2}$ (C) $6 - \sqrt{2}$ (D) $7 - \sqrt{5}$
- (C)12. 設 a, b, c, d 為等比數列且每一項均為正數，下列哪一性質是正確的？
 (A) $2^a, 2^b, 2^c, 2^d$ 為等比數列 (B) $\log(a+1), \log(b+1), \log(c+1), \log(d+1)$ 為等差數列
 (C) $\log a, \log b, \log c, \log d$ 為等差數列 (D) $a+1, b+1, c+1, d+1$ 為等比數列

(A)13. 若 $\frac{3}{2} < a < \frac{5}{2}$ ，則 $\sqrt{a+\sqrt{6a-9}} + \sqrt{a-\sqrt{6a-9}} = ?$

- (A) $\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{6} + \sqrt{3}$ (D) $\sqrt{10}$

(C)14. 有大、中、小三個齒輪，已知大齒輪轉 4 圈的長度、中齒輪轉 6 圈的長度與小齒輪轉 9 圈的長度都一樣，而大齒輪轉 4 圈的時間、中齒輪轉 3 圈的時間與小齒輪轉 6 圈的也都一樣，則大、中、小三個齒輪的旋轉速率之比為何？

- (A) 4:3:2 (B) 4:2:3 (C) 6:3:4 (D) 6:4:3

(B)15. 周長相等的正三角形與圓形之面積比為何？

- (A) $\sqrt{3}\pi:9$ (B) $\sqrt{3}\pi:9$ (C) $2\sqrt{3}\pi:9$ (D) $\sqrt{6}\pi:9$

(C)16. 設甲、乙、丙三人參加 3000 公尺賽跑，當甲跑到終點時，乙距離終點還有 300 公尺，而丙距離終點還有 500 公尺。若速率保持不變，則當乙跑到終點時，丙距離終點大約幾公尺？

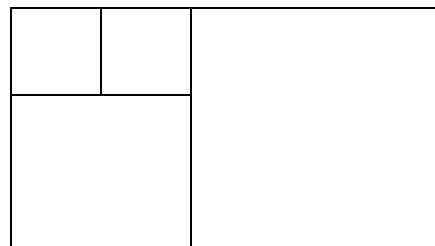
- (A) 200 (B) 210 (C) 222 (D) 233

(B)17. 設某一數列共有 n 項，其中每一項都是 $\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{5}$ 。若這 n 項數列的和與積分別為 $7\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$ 與 $-32000\sqrt{5}$ ，則項數 $n = ?$

- (A) 21 (B) 23 (C) 25 (D) 27

(C)18. 右圖長方形是由四個小正方形所組成，則此長方形的長與寬之比為何？

- (A) 9:5 (B) 7:4
(C) 5:3 (D) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}:1$



(D)19. 滿足 $n^2 + 7$ 與 $n^2 + 9$ 互質且不超過 100 的正整數 n 有幾個？

- (A) 47 (B) 48 (C) 49 (D) 50

(C)20. 某班學生數學及英文段考成績統計如下，數學及格人數、英文及格人數、兩科都及格人數與兩科都不及格人數之比為 4:3:2:5，則兩科都及格的人數是該班學生數的百分比為何？

- (A) 14.3% (B) 16.7% (C) 20.0% (D) 21.5%

(D)21. 若 a 為整數，則方程式 $ax + 8y = 19$ 必有整數解 (x, y) 的充要條件為何？

- (A) $a = 1$ (B) $a = 19$ (C) a 必為偶數 (D) a 必為奇數

(B)22. 某機器有兩組互相獨立運作的配件 A, B ，若有某一配件故障，則該機器就會發生故障。

已知配件 A, B 發生故障的機率分別為 0.1, 0.2，則該機器會發生故障的機率為何？

- (A) 0.02 (B) 0.28 (C) 0.32 (D) 0.70

(A)23. 已知一袋子裝有 18 個球，其中紅色球有 7 個、白色球有 11 個。今從袋內取出一個球，如該球是紅色球，則放入袋內一個白色球；如該球是白色球，則放入袋內一個紅色球。之後再從袋內取出第二個球。在取出第一個球是紅色球的條件下，取出的第二個球也是紅色球的概率是多少？

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{3}{8}$

- (C)24. 下列哪一條直線與圓 $(x-1)^2 + y^2 = 4$ 不相交？
 (A) x 軸 (B) y 軸 (C) $3x+4y+10=0$ (D) $3x+4y-10=0$
- (B)25. 若 $\log(2^x \cdot 5) = 1 + 96 \cdot \log 2$ ，則 $x = ?$
 (A) 84 (B) 97 (C) 102 (D) 112
- (A)26. 設 a, b 是方程式 $x^3 - 6x^2 - 2x + 28 = 0$ 的兩正根，則 $a + b = ?$
 (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14
- (D)27. 以下哪一個函數的圖形與函數 $y = f(x)$ 的圖形對稱於原點 $(0,0)$ ？
 (A) $y = f(-x)$ (B) $y = -f(x)$ (C) $y = |f(x)|$ (D) $y = -f(-x)$
- (B)28. 若 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ ，則 $\left|x^2 - \frac{1}{x^2}\right| = ?$
 (A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{6}$ (D) $\sqrt{7}$
- (B)29. 若 $\sin^4 x + \cos^4 x$ 的最大值與最小值分別為 M 與 m ，則 $M + m = ?$
 (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 2
- (C)30. 若兩圓 $x^2 + y^2 = 64$ 與 $(x-6)^2 + y^2 = 16$ 的兩條外公切線之交點為 $(a,0)$ ，則 $a = ?$
 (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16
- (C)31. 若 $ABCD$ 是一圓內接四邊形，已知 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 5$ ，則 $\angle D = ?$
 (A) 90° (B) 108° (C) 120° (D) 135°
- (A)32. 若 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 $\sqrt{17}, \sqrt{17}, \sqrt{18}$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？
 (A) 7.5 (B) 8.5 (C) 9.5 (D) 10.5
- (B)33. 若 $\triangle ABC$ 的周長等於 18，且面積為 12，則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為何？
 (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{6}{5}$
- (D)34. 某校高三 50 位學生體重分組次數表如右，其中中位數為何？
 (A) 72.2 (B) 74.8 (C) 75.2 (D) 76.5
- | 體重(公斤) | 人數(人) |
|--------|-------|
| 50-60 | 5 |
| 60-70 | 7 |
| 70-80 | 20 |
| 80-90 | 13 |
| 90-100 | 5 |
- (C)35. 若 $ABCD$ 是一平行四邊形，且 $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 3, \overline{AC} = 4$ ，則 $\overline{BD} = ?$
 (A) $3\sqrt{15}$ (B) $3\sqrt{14}$ (C) $2\sqrt{13}$ (D) $2\sqrt{11}$
- (A)36. 將 1,2,3,4,5,6 排成一列，其中 1 必須排在 2,3 之前的排法有幾種？
 (A) 240 (B) 252 (C) 268 (D) 324

(D)37. 若直線 $x + 2y - 1 = 0$ 與拋物線 $y = x^2 + k$ 相切，則 $k = ?$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{9}{16}$

(D)38. 直線 $3x + 4y + 16 = 0$ 與圓 $(x - 1)^2 + y^2 = 9$ 的最近距離為何？

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

(A)39. 若 $ABCD$ 是一平行四邊形，且 $A(-3, 2), B(5, -4), C(4, 1)$ ，則 D 點坐標為何？

- (A) $(-4, 7)$ (B) $(4, -7)$ (C) $(-7, 4)$ (D) $(7, -4)$

(D)40. 設有一分割成 10 格的活動廣告看板，每一格看板提供一種英文代碼的廣告；看板每天變換且依一定的規律變換位置，其規律如下：左下圖廣告看板經過一天的看板變換後變成右下圖的廣告看板：

A	B	C	D	E
F	G	H	I	J

→

J	A	B	C	D
H	G	F	E	I

則經過 100 天的看板變換後，原左上角的看板 A 會換成哪一個英文代碼？

- (A) A (B) B (C) D (D) I

96 台北縣略解

1. [國一]麻煩在 $2873 = 13^2 \times 17$ ，故正因數有 $= 7 \times 3 \times 2 = 42$ 個
2. [國一] $a = 9b + 15 = 9(b + 1) + 6$
3. [國一]顯然 $b = 2, a = 83, p = 89 \Rightarrow a + b + p = 174$
4. [國一] $(227 - 17, 338 - 23) = 105$ ，又 $n > 23$ ，故選 35。
5. [國二] $p = (n - 3)(4n + 13), \therefore n \in N \Rightarrow n - 3 = 1, 4n + 3 = 19, p = 19$
6. [微積分—極限]分子為 n^2 ，所以答案就 $\frac{1}{6}$
7. [國一] $\begin{cases} 11: a + 10, b + 18 \text{ 相差 } 11 \text{ 的倍數} \\ 4: 30 + b \text{ 為 } 4 \text{ 的倍數}, b = 2, 6 \end{cases} \Rightarrow b = 2, a \text{ 無解}; b = 6, a = 3$
8. [高一] $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{11}{7}$
9. [國二](A)17 可用費馬小定理得到，(B)(C) $20^{17} - 20 = 20(20^{16} - 1)$ 必有 $20^2 - 1 = 19 \times 21$ 的因數
10. [國一] $3^{100} - 2^{99} \equiv 1 - 8 \pmod{10} = 3 \pmod{10}$
11. [國二]先求出 $n = 4$ ，則 $(a - 4)^2 + a^2 = 18 \Rightarrow a = 2 \pm \sqrt{5}$
12. [高一](A)錯(B)錯(C)對(D)錯
13. [高一]我用芭樂招，令 $a = 2$ 代入，則得 $\sqrt{6}$
14. [國一]4 大 = 6 中 = 9 小，就令(大，中，小) = (9, 6, 4)。
同樣的時間，大轉 4 圈就 36，中轉 3 圈就 18，小轉 6 圈就 24，比為 6:3:4。
15. [國二]這好像今年也有出過類似的。令圓周長為 $2\pi r$ ，面積就 πr^2 。
正三角形邊長則為 $\frac{2\pi r}{3}$ 。面積則為 $\frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{2\pi r}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{9} \pi^2 r^2$
 $\frac{\sqrt{3}}{9} \pi^2 r^2 : \pi r^2 = \sqrt{3} \pi : 9$
16. [國小]速率比，乙：丙 = $270 : 250 = 300 : \frac{2500}{9}$ 剩 $\frac{200}{9} \div 222$
17. [國二]這種題型出現過很多次了，這次換成有根號的。
$$\begin{cases} a + b + c = n \\ a\sqrt{2} - b\sqrt{2} + c\sqrt{5} = 7\sqrt{5} - 2\sqrt{2} \\ \sqrt{2}^a \cdot (-\sqrt{2})^b \cdot \sqrt{5}^c = -32000\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 9 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow n = 23$$
18. [國一]設最小正方形邊長為 1，則長為 5，寬為 3。
19. [國一] $(n^2 + 7, n^2 + 9) = (n^2 + 7, 2)$ ，只要 n 是偶數就互質，故有 50 個。

20. [高一]畫凡氏圖會很快得到全班有 10 人，故比率為 20%。
21. [高一] $(a,8) \mid 19 \Rightarrow a$ 為奇數即可
22. [高二]排容原理， $1 - (1 - 0.1)(1 - 0.2) = 0.28$
23. [高二]取出紅球，放回白球，此時袋內紅：白 = 6：12，故再抽到紅球的機率為 $\frac{6}{6+12} = \frac{1}{3}$
24. [高二]畫圖出來看最快，答案是(C)
25. [高一] $\log(2^x \cdot 5) = x \log 2 + \log 5 = \log 2 + \log 5 + 96 \log 2 \Rightarrow x = 97$
26. [高一]很鳥的是只能找出負整數根 -2，原式 = $(x+2)(x^2 - 8x + 14) = 0$ 所以兩正根的和為 8。
27. [高三]點對稱，故原本的(x,y)都用(-x,-y)代。則 $-y = f(-x)$
28. [國二] $\left|x^2 - \frac{1}{x^2}\right|^2 = (x^2 + \frac{1}{x^2})^2 - 4 = 5$
29. [高一]原式 = $1 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{\sin^2 2x}{2} \leq 1$ ，極小值發生在 $\sin^2 2x = 1$ ，此時值為 $\frac{1}{2}$ ，所求為 $\frac{3}{2}$
30. [國三]利用相似形，點到圓心為斜邊，半徑為股， $\frac{a-6}{a} = \frac{4}{8} \Rightarrow a = 12$
31. [國三]圓內接四邊形，內對角互補，故可得 $\angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 150^\circ, \angle D = 120^\circ$
32. [國二]利用等腰三角形從頂點切半，會是兩個直角三角形，算出底邊上的高為 $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ ，面積 = $\frac{1}{2} \times \sqrt{18} \times \frac{5}{2}\sqrt{2} = \frac{15}{2} = 7.5$
33. [國三] $\Delta = \frac{1}{2}rs \Rightarrow r = \frac{4}{3}$
34. [國三]中位數 = $70 + \frac{13}{20} \times 10 = 76.5$
35. [高一]平行四邊形公式： $2(\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2) = \overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 \Rightarrow \overline{BD}^2 = 52$
36. [高二]任意排列後，1 在 2,3 之前的機率為 $\frac{1}{3}$ ，故 $6 \times \frac{1}{3} = 240$
37. [微積分－微分應用]顯然在切點的斜率為 $-\frac{1}{2} = 2x, x = -\frac{1}{4}$
 $\Rightarrow y = \frac{5}{8} \Rightarrow k = \frac{9}{16}$

38. [高一] 所求 = 圓心到直線的距離 - 半徑 = $\frac{|3+16|}{\sqrt{3^2+4^2}} - 3 = \frac{4}{5}$

39. [高一] $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(-4,7)$

40. [智力測驗] FGH 獨立自己跑，剩下七個自己轉，所以 100 天會跑完 14 個循環再移動兩次，所以是 I。