臺南縣97年度縣立國民中學教師聯合甄選題目卷　＜數學＞

說明：
一、請先核對答案卡上號碼與准考證號碼是否相同，考試科目是否正確，若用錯答案卡作答則不予計分。
二、本試卷題本採雙面印刷，共7頁有100題選擇題，測驗時間從10:00到11:40共100分鐘。
三、請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用2B鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。未依答案卡上注意事項劃記，以致光學閱讀機無法正確閱讀，其後果由應考人自行負責，不得提出異議。

第一部分：數學

1. 已知△ABC中，∠C為直角，$\overline{BC}$上有一點D使得 $\angle CAD = 2\angle DAB$，若$\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}=\frac{2}{3}$，且$\frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}=\frac{m}{n}$，其中m、n為互質的正整數，求m + n=？
（A）10
（B）14
（C）18
（D）22

2. 四邊形ABCD中，已知∠A為120°，∠B與∠D都為直角，$\overline{AB}=13, \overline{AD}=46$，試求$\overline{AC}$為何？
（A）60
（B）62
（C）64
（D）65

3. 設A為一集合滿足：
$A=\{(x,y,z,w)\mid 1\le x\le y\le z\le w\le 9, x,y,z,w\in N\}$，
則n(A)為何？(註：即求A集合中的元素總數)
（A）135
（B）387
（C）495
（D）567

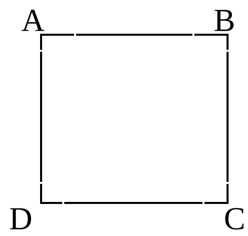
4. 等角的凸六邊形ABCDEF中(即六邊形的內角都為120度)，$\overline{AB}=1, \overline{BC}=4, \overline{CD}=3, \overline{DE}=2$，求凸六邊形ABCDEF的面積？
(A) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$
（B）$9\sqrt{3}$
（C）$\frac{39\sqrt{3}}{4}$
（D）$\frac{45\sqrt{3}}{4}$

5. a，b，c均為實數，且a + b + c = 0， $a^2+b^2+c^2=1$，則下列哪個選項是對的？
（A）$ab+bc+ca=\frac{1}{2}$
（B）$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=\frac{1}{2}$
（C）$\frac{abc}{a^3+b^3+c^3}=\frac{1}{2}$
（D）$a^4+b^4+c^4=\frac{1}{2}$

6. 當a < b < c , x < y < z 時，下列四個代數式中最大的是哪一個？
（A）ax + by + cz
（B）ax + cy + bz
（C）bx + ay + cz
（D）bx + cy + az

7. 設$f(x)=4x^3+2x^2-3x-1$，試求$f(\cos 75^\circ)=$？
（A）$\frac{-\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$
（B）$\frac{-\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$
（C）$\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$
（D）$\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

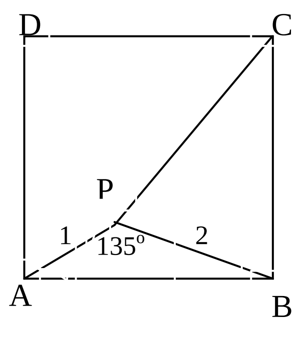
8. 有四個城鎮相對位置如圖，假設每日清晨某人決定當晚繼續留宿該鎮，或改而前往相鄰任一鎮的機率皆為$\frac{1}{3}$。若此人第一夜留宿A鎮，則此人在第五夜留宿於A鎮的機率為何？



（A）$\frac{20}{80}$
（B）$\frac{20}{81}$
（C）$\frac{21}{80}$
（D）$\frac{21}{81}$

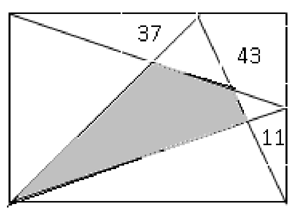
9. 有唯一一組整數a_2、a_3、a_4、a_5、a_6、a_7使得
$\frac{5}{7}=\frac{a_2}{2!}+\frac{a_3}{3!}+\frac{a_4}{4!}+\frac{a_5}{5!}+\frac{a_6}{6!}+\frac{a_7}{7!}$，其中$0\le a_i\le i\ (i=2,3,\cdots,7)$
求 $a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=$？
（A）8
（B）9
（C）10
（D）11

10. 如圖，P為正方形 ABCD 內部一點，已知$\overline{PA}=1$、$\overline{PB}=2$、$\angle APB=135^\circ$，試求$\overline{PC}=$？



（A）$\sqrt{7}$
（B）$2\sqrt{2}$
（C）3
（D）$\sqrt{10}$

11. 將長方形切成右圖的情況，其中三塊的面積為11、43、37，圖中灰色區塊的面積為？



（A）69
（B）76
（C）86
（D）91

12. 當 $k=1,2,\cdots,97$ 時，求所有函數 $y=k(k+1)x^2-(2k+1)x+1$ 的圖形在 x 軸上所截得線段長度的和為？

（A）$\dfrac{97}{96}$

（B）$\dfrac{98}{97}$

（C）$\dfrac{96}{97}$

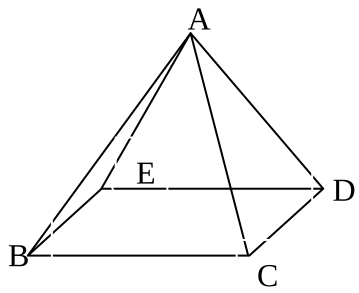
（D）$\dfrac{97}{98}$

13. $a\in R$, $A=\left\{x\in Z\middle| x^2-x-2>0\right\}$，$B=\left\{x\in Z\middle| 2x^2+(5+2a)x+5a<0\right\}$ ，

若 $A\cap B=\{-2\}$ ，則 a 正確的解集為何？

（A）$-3<a<2$
（B）$-3\le a<2$
（C）$-3<a\le 2$
（D）$-3\le a\le 2$

14. 有一底座為正方形的角錐 A-BCDE，其側邊皆為正三角形，且此角錐的邊長為 $\sqrt{2}$ 。若 $\overline{AC}$ 的中點為 M，$\overline{AE}$ 的中點為 N，求 $\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{CN}=$？



（A）$\dfrac{-1}{2}$

（B）$\dfrac{1}{2}$

（C）-1

（D）1

15. $A=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$，則 $A^{2008}=$？

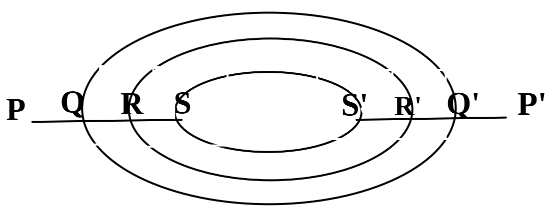
（A）$\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$

（B）$\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$

（C）$\begin{bmatrix}\frac{-1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2}\end{bmatrix}$

（D）$\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$

16. 設路線圖中，$\overline{PQ}=\overline{P'Q'}$，$\overline{QR}=\overline{Q'R'}$，$\overline{RS}=\overline{R'S'}$，甲自 P 往 P'，乙自 P' 往 P，兩人同時出發，且以相同的速度前進，在分叉點選擇各個前進方向的機率相等，則甲、乙二人在途中不相遇的機率為？



（A）$\dfrac{11}{2\cdot 3^2}$

（B）$\dfrac{5\cdot 7\cdot 11}{2^2\cdot 3^3}$

（C）$\dfrac{11^2}{2\cdot 3^4}$

（D）$\dfrac{5^2\cdot 11}{2^2\cdot 3^4}$

17. 設 $f(x)=16x^3+72x^2+98x+36=a(2x+3)^3+b(2x+3)^2+c(2x+3)+d$

，則下列何者為真？

（A）$b+2c+2d+10=0$
（B）$f(-1.499)<-3.01$
（C）$f(-1.499)<-3.001$
（D）$f(-1.501)<-3.001$

18. 請選出正確的選項？
（A）若 n 是大於1的自然數，則 $\sqrt{n^2-1}$ 是無理數
（B）$x^2+x+1=0$ 的解是無理數
（C）若 x 是無理數，則 $\log_{10}x$ 也是無理數
（D）若 a 是無理數，則 a^2 也是無理數

19. 新興學院有甲、乙兩警衛，本學期共有 190 天，開學第一天兩人一起工作開始，甲每工作三天，休息一天；乙每工作五天，休息兩天。若遇兩人同時休息，校長當天必須請工讀生幫忙。請問本學期有幾天校長是請工讀生幫忙的?

（A）6
（B）7
（C）12
（D）13

20. 有五個選項的某一單選題，在作答此題的考生中，有 40% 的考生確知答案，有 60% 的考生猜答案；隨機從答對此題的考生中任選一位考生，則此考生確知答案的機率為下列哪一個選項？

（A）$\dfrac{2}{5}$

（B）$\dfrac{3}{13}$

（C）$\dfrac{4}{5}$

（D）$\dfrac{10}{13}$

21. ΔABC 為直角三角形，其中 $\angle A$ 為直角。令 G 為 ΔABC 的重心，O 為 ΔABC 的外心。若向量內積 $\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{AB}=\alpha\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$ ，則下列哪個選項是 α 的值？

（A）$-\dfrac{1}{6}$

（B）$-\dfrac{1}{3}$

（C） 0

（D） $\dfrac{1}{6}$

22. 若 x 、 y 皆為正整數，已知 $xy+x+y=71$ 且 $x^2y+xy^2=880$ ，則 $x^2+y^2=$？
（A）126
（B）146
（C）164
（D）184

23. 觀察下列分數數列：$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{2},\frac{1}{4},\frac{2}{3},\frac{3}{2},\frac{1}{5},\frac{2}{4},\frac{3}{3},\frac{4}{2},\frac{1}{6},\ldots$ ，

請問數字 $\dfrac{5}{6}$ 應是此數列的第幾項？

（A）15
（B）24
（C）39
（D）41

24. 下列敘述何者恆正確？
（A）若函數 $y=f(x)$ 在區間 (a,b) 為嚴格遞增，則 $f'(x)>0$ ，$\forall x\in(a,b)$
（B）若 $f''(c)=0$ ，則點 $(c,f(c))$ 為函數 $y=f(x)$ 圖形的反曲點 (point of inflection)
（C）若 $f'(x)$ 在區間 (a,b) 為嚴格遞增，則函數 $y=f(x)$ 在區間 (a,b) 的圖形呈現凹口向上型 (concave up)
（D）若 $\int_a^b f(x)dx>0$ ，則 $f(x)\geq 0$ ，$\forall x\in(a,b)$

25. 滿足不等式 $(0.027)^{x^2}>(0.3)^{10x-3}$ 的整數 x 有幾個？
（A）0 個
（B）1 個
（C）2 個
（D）無窮多個

26. 一等差數列共 30 項，若奇數項的和為 30，偶數項的和為 -30；則此數列的首項為何？
（A）58
（B）45
（C）0
（D）-4

27. 正整數 60、61、62、…、100 中，是 3 的倍數或 4 的倍數的數字和為何？
（A）234
（B）312
（C）1679
（D）1681

28. 設實係數多項式 $f(x)=x^3+ax^2+bx+a$ ，$1+i$ 是方程式 $f(x)=0$ 的一根，則下列何者是正確的？
（A）$a=4$
（B）$b=-6$
（C）-2 是 $f(x)=0$ 的一根
（D）$f(1)=-1$

29. 已知正整數 n 可以寫成兩個整數的平方和。試問 n 除以 8 的餘數不可能為以下哪一選項？
（A）1
（B）2
（C）4
（D）6

30. 空間中有兩個半徑相同的球，兩球的交集落在平面 $4x+6y+12z=49$ 。若其中一球的球心是原點 $(0,0,0)$ ，則另一球的球心坐標為何？
（A）$(2,3,6)$
（B）$(5,1,6)$
（C）$(4,6,12)$
（D）$(8,12,24)$

31. 在 ΔABC 中，已知 $2\sin A+3\cos B=\sqrt{5}$ 且 $3\sin B+2\cos A=2\sqrt{5}$ ，則 $\angle C$ 之度數為？
（A）150°
（B）120°
（C）90°
（D）60°

32. 設 $k>0$，拋物線 $y=x^2-2x$ 與直線 $y=k$ 交 $A(a_k,k)$ 與 $B(b_k,k)$ 兩點，且 $a_k>b_k$ ，則 $\lim\limits_{k\to\infty}\dfrac{a_k-b_k}{\sqrt{k}}=$？
（A）0
（B）1
（C）2
（D）不存在

33. 若 $x\in R$，定義 $[x]$ 為高斯符號函數，已知方程式 $[x+0.19]+[x+0.20]+[x+0.21]+\cdots+[x+0.33]=115$，試問 $[100x]=$？
（A）776
（B）677
（C）777
（D）876

34. $f(x)$ 是一個實係數的多項式函數，滿足下列三條件：
條件一：$f'(x)>0$ ，$\forall x\in(-4,-1)\cup(1,\infty)$
條件二：$f'(x)<0$ ，$\forall x\in(-\infty,-4)\cup(-1,1)$
條件三：$f(1)>0$ ，$f(-4)<0$
試問下列敘述何者是正確的？
（A）$f(x)$ 是一個三次多項式
（B）$f(2)>f(3)$
（C）$f(x)=0$ 有兩個實根
（D）$f(x)$ 在 $x=-4$ 處有極大值

35. 定義 $a_n=(\dfrac{1}{\log_n 2002})$，其中 $n>1$，$n\in Z$；令 $b=a_2+a_3+a_4+a_5$ ，$c=a_{10}+a_{11}+a_{12}+a_{13}+a_{14}$ ，則 $b-c=$？
（A）-1
（B）0
（C）1
（D）無解

36. 設 a,b,c,d,e 均為實數，
$f(x)=x^8-4x^7+7x^6-7x^5+ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$
有 8 重根，求根 $x=$?
（A）-1
（B）$-\dfrac{1}{2}$
（C）$\dfrac{1}{2}$
（D）1

37. 將 1 寫至 99 中間無間隔，所得數為
$a=1234567891011121314\cdots96979899$ ，
求 a 除以 11 之餘數為？
（A）7
（B）8
（C）9
（D）10

38. 設空間中平面 E 過三點 $A(3,9,27)$，$B(2,4,8)$，$C(1,1,1)$，求原點 O 至平面 E 之距離= ？
(A) $\frac{\sqrt{158}}{158}$
(B) $\frac{\sqrt{158}}{79}$
(C) $\frac{2\sqrt{158}}{79}$
(D) $\frac{3\sqrt{158}}{79}$

39. 設兩相異箱子，甲箱中有二紅球，乙箱中有三白球，每次自各箱中取一球交換，長期後呈穩定狀態，則甲箱中仍為二紅球之機率為？
(A) $\frac{1}{10}$
(B) $\frac{1}{5}$
(C) $\frac{3}{10}$
(D) $\frac{2}{5}$

40. 設 a,b,c 為三次方程式 $x^3-8x^2+8x-1=0$ 的三個根，求 $a^6+b^6+c^6$ 之個位數為？
(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3

41. 空間中三直線 $L_1:\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{1}$，$L_2:\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$，$L_3:\frac{x-2}{4}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-1}{2}$；$L_1$ 與 L_2 交於 P 點，L_1 與 L_3 交於 Q 點，則 $\overline{PQ}=$ ？
(A) 1
(B) 3
(C) 9
(D) 27

42. 空間中兩點 $A(7,6,3)$，$B(5,-1,2)$，一直線 $L:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{-2}$，動點 $P\in L$，求 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 最小值= ？
(A) $\frac{\sqrt{3}}{10}$
(B) $10\sqrt{3}$
(C) $3\sqrt{10}$
(D) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

43. 設函數 $y=\sin x+\sqrt{3}\left|\cos x\right|$，若 y 之最大值為 M，最小值為 m，則序對 $(M,m)=$ ？
(A) $(-1,-2)$
(B) $(1,-2)$
(C) $(2,-1)$
(D) $(2,1)$

44. 方程組 $\begin{cases} 2^x=y+3 \\ x+1=2\log_2(y-1) \end{cases}$ 之解 $(x,y)=$ ？
(A) $(1,-1)$
(B) $(1,5)$
(C) $(3,-1)$
(D) $(3,5)$

45. 空間中相異四點 A,B,C,D，若 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AC}^2+\overline{BD}^2$，則兩直線 $\overleftrightarrow{AD}$，$\overleftrightarrow{BC}$ 關係為何？
(A) 平行
(B) 交一點
(C) 互相垂直
(D) 歪斜

46. 設 P 為 ΔABC 內部一點，且 $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+k\overrightarrow{PC}=\vec{0}$；若 ΔABC 面積為 ΔABP 面積之三倍，則k=？
(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(D) $\frac{3}{2}$

47. ΔABC 中，最大角 $\angle A$ 度數為最小角 $\angle C$ 度數的兩倍，三邊長 a,b,c 中，a 為最大邊，且 a,b,c 成等差數列，則 $a:b:c=$ ？
(A) $3:2:1$
(B) $4:3:2$
(C) $5:4:3$
(D) $6:5:4$

48. 平面上，直線 $L:2x+y=5$，點 $P\in L$，橢圓 $\Gamma:4x^2+y^2=4$；自 P 向 Γ 做兩切線，若兩切線互相垂直，則點 P 坐標為？
(A) $(-1,7)$
(B) $(1,3)$
(C) $(2,1)$
(D) $(3,-1)$

49. 座標平面上，直線 L 過原點 O，斜率為正，且 L 與圓 $C:(x-2)^2+y^2=1$ 交於 P,Q 兩點，若 $\overline{OQ}=\frac{3}{2}\overline{OP}$，則 L 之斜率為？
(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{\sqrt{7}}{5}$
(C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
(D) 1

50. 拋物線 $\Gamma:y=ax^2+bx+1$ 之正焦弦長為 $\frac{1}{3}$，開口朝下，焦點 F 坐標為 $(k,\frac{9}{4}),k>0$，求 $a+b=$？
(A) -1
(B) -2
(C) 1
(D) 2

臺南縣97年度縣立國民中學教師聯合甄選數學科答案									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	C	D	D	A	A	D	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	B	A	C	C	C	A	D	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	D	C	C	A	D	D	D	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	A	C	A	C	A	D	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	C	D	C	D	D	C	B	C

97 台南縣略解

1. [高一]按題意知，$\cos 2\theta=\dfrac{2}{3},\sin 2\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{3},\tan 2\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{2},\overline{CD}=\sqrt{5}$，$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{5}{6}}$，

$\sin\theta=\sqrt{\dfrac{1}{6}}$，$\tan\theta=\sqrt{\dfrac{1}{5}}$

$$\tan 3\theta=\tan(2\theta+\theta)=\frac{\tan\theta+\tan 2\theta}{1-\tan\theta\tan 2\theta}=\frac{\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{5}}{2}}{1-\frac{1}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{7}{5}\sqrt{5}\Rightarrow\overline{BC}=\frac{14}{5}\sqrt{5}$$

$\overline{BD}=\dfrac{9}{5}\sqrt{5}\Rightarrow m+n=14$

2. [國三]延長$\overline{CD}$與$\overline{\mathrm{AB}}$交於E點，則$\overline{\mathrm{AE}}=92,\overline{DE}=46\sqrt{3},\overline{BC}=35\sqrt{3},\overline{AC}=62$

3. [高二]等價於$H_4^9=C_4^{12}=495$

4. [國二]補成一個邊長為 9 的大正三角形，面積＝$\dfrac{\sqrt{3}}{4}(81-16-16-4)=\dfrac{45}{4}\sqrt{3}$

5. [國二](A) $ab+bc+ca=-\dfrac{1}{2}$ (B) $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=\dfrac{1}{4}$ (C) $\dfrac{abc}{a^3+b^3+c^3}=\dfrac{1}{3}$

6. [高一]如果知道排序不等式，就得到(A)。

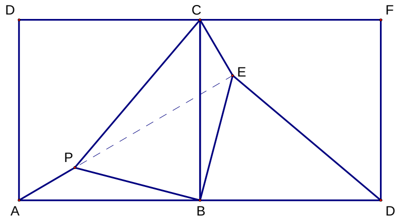
7. [高一]令$\cos\theta=x$，則$f(\cos\theta)=\cos 3\theta+\cos 2\theta$，$f(\cos 75°)=-\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

8. [線代－馬可夫鏈]轉移矩陣為$\begin{bmatrix}\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&0&\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&0\\0&\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&\frac{1}{3}\\\frac{1}{3}&0&\frac{1}{3}&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$，初始矩陣為$\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}$，乘四次之後，

得到矩陣為$\begin{bmatrix}\frac{21}{81}\\\frac{20}{81}\\\frac{20}{81}\\\frac{20}{81}\end{bmatrix}$

9. [高一]慢慢除，$\dfrac{5}{7}=\dfrac{1}{2!}+\dfrac{1}{3!}+\dfrac{1}{4!}+\dfrac{0}{5!}+\dfrac{4}{6!}+\dfrac{2}{7!}\Rightarrow$ 選(B)

10. [國三]老梗，以 B 為圓心順時針旋轉圖形，如右圖，並連 $\overline{PE}$。則 $\overline{PE}=2\sqrt{2}$ ，$\overline{PC}=3$。



11. [國三]老梗，灰色＝37+43+11=91

12. [國二]兩根為 $\frac{1}{k},\frac{1}{k+1}$ ，所求＝$\sum_{k=1}^{97}(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1})=\frac{97}{98}$

13. [高一] $A=\{x\in Z\mid x>2,x<-1\},B=\{x\in Z\mid -\frac{5}{2}<x<-a\}$，畫圖即可求得 $-3\le a<2$，左邊可等右邊不可等。

14. [高二]我還是老梗，定座標，A(0,0,1)，B(0,-1,0)，C(1,0,0)，D(0,1,0)，E(-1,0,0) 則 $M(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}),N(-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}),\overrightarrow{BM}=(\frac{1}{2},1,\frac{1}{2}),\overrightarrow{CN}=(-\frac{3}{2},0,\frac{1}{2}),\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{CN}=-\frac{1}{2}$

15. [高二] $A=\begin{bmatrix}\cos 30^\circ & -\sin 30^\circ\\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ\end{bmatrix}$，

$$A^{2008}=A^4=\begin{bmatrix}\cos 120^\circ & -\sin 120^\circ\\ \sin 120^\circ & \cos 120^\circ\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

16. [高二]我用扣的。$1-(\frac{1}{3})^2\times 2-(\frac{1}{9})^2\times 2-(\frac{1}{18})^2\times 2=\frac{121}{162}$

17. [高一] $f(x)=2(2x+3)^3+3(2x+3)^2-14(2x+3)-3$ ，所以 $b+2c+2d=-31$，$f(-1.499)=2(0.002)^3+3(0.002)^2-14(0.002)-3<-3.001$

18. [高一](A)對(B)複數(C)(D)未必，如 $\sqrt{10}$

19. [國一] $[\frac{190}{(4,6)}]=13$

20. [高二]又讓我想到今年南區的題目。$\dfrac{40\%}{40\%+60\%\times\frac{1}{5}}=\frac{10}{13}$

21. [高一] $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BA})=\frac{1}{3}(\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{6}\overrightarrow{CA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}\Rightarrow\alpha=-\frac{1}{6}$

22. [高一] $\begin{cases}(x+y)+(xy)=71\\ xy(x+y)=880\end{cases}$ 令 $(X-xy)(X-x-y)=0\Rightarrow X^2-71X+880=0$

$(X-55)(X-16)=0\Rightarrow\begin{cases}x+y=16\\ xy=55\end{cases}\Rightarrow x^2+y^2=146$

23. [國二]分子分母和為主要分組依據，再按分子遞增排序。前面已有 36 個，5 排在第 5 個，故為第 41 個。

24. [微積分](A) $f'(x)\ge 0$即可 (B) $f(x)=ax+b$，就沒有反曲點。(C)對(D)很明顯的

鬼扯。

25. [高一] $0.3^{3x^2} > 0.3^{10x-3} \Rightarrow 3x^2 - 10x + 3 < 0 \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 3 \Rightarrow x = 1,2$

26. [國二]易知 $d = -4, a_{15} = 2, a_1 = 58$

27. [高一] $\frac{(60+99)\times 14}{2} + \frac{(60+100)\times 11}{2} - \frac{(60+96)\times 4}{2} = 1681$

28. [高一]另一根為 $1-i$ ，因此求出 $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x-2) = x^3 - 4x^2 + 6x - 4$ ，故只有(D)對

29. [國一]若將自然數分成(4n,4n+1,4n+2,4n+3)，
平方後會得到($(16n^2, 16n^2 + 8n + 1, 16n^2 + 16n + 4, 16n^2 + 24n + 9)$)
故兩兩相加不會加出除以 8 餘 6 的結果。

30. [高二]首先算出(0,0,0)到該平面的距離為 $\frac{7}{2}$ ，故(0,0,0)到另一球的球心距離為 7，又方向向量為(2,3,6)，故另一球球心恰為(2,3,6)

31. [高一]兩式平方後相加得到 $13 + 12\sin(A+B) = 25, \sin(A+B) = 1, \angle C = 90°$

32. [微積分] $a_k - b_k = \sqrt{4+4k} \Rightarrow$ 所求極限為 2。

33. [高一]如果 15 個高斯函數算出來都是 8 的話，超出 5。表示有 5 個 7，10 個 8。
$x + 0.23 < 8 \le x + 0.24 \Rightarrow 7.76 \le x < 7.77 \Rightarrow 776 \le 100x < 777 \Rightarrow [100x] = 776$

34. [微積分](A)應為四次(B) $f(x)$在$x = 1$之後遞增，所以$f(3) > f(2)$ (C)對(D)鬼扯

35. [高一]湊得很巧妙的一題。原式＝ $\frac{\log 2\times 3\times 4\times 5 - \log 10\times 11\times 12\times 13\times 14}{\log 2002} = -1$

36. [高一]八根和為 4，又八重根，所以每個根就 0.5。

37. [高一]等價於 1+23+45+67+89+10 $+ \frac{(11+99)89}{2}$ 除以 11 的餘數，故為 4。

38. [高二]先用外積求出 E 的方程為 $11(x-1) - 6(y-1) + (z-1) = 0$ ，所求＝ $\frac{3\sqrt{158}}{79}$

39. [線代－馬可夫鏈]轉移矩陣為 $\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 1 & \frac{3}{6} & \frac{4}{6} \\ 0 & \frac{2}{6} & \frac{2}{6} \end{bmatrix}$ ，穩定後的矩陣為 $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ ，則按題意

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 1 & \frac{3}{6} & \frac{4}{6} \\ 0 & \frac{2}{6} & \frac{2}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y}{6} \\ \frac{6x+3y+4z}{6} \\ \frac{2y+2z}{6} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ y = \frac{6}{10} \\ z = \frac{3}{10} \end{cases}$$

40. [高一]原式＝$(x-1)(x^2-7x+1)=0$，令$a=1,b+c=7,bc=1$

$a^6+b^6+c^6=a^6+(b^2+c^2)^3-3b^2c^2(b^2+c^2)=47^3-3\times 47+1$個位數為 3

41. [高二]直接把交點找出來最快，P(0,0,0)，Q(6,6,3)，$\overline{PQ}=9$

42. [高二]設$P(2t+1,t,-2t+3),\overline{PA}=3\sqrt{t^2-4t+8},\overline{PB}=3\sqrt{t^2-2t+2}$，相當於 P 在 x 軸上移動，而 A(3,3),B(6,6)，求$\overline{PA}+\overline{PB}$的極小，就把其中一個點丟到 x 軸的異側，得到$3\sqrt{10}$。

43. [高一]分段討論，

$0\le x\le\dfrac{\pi}{2}$時，y極小為1,極大為2；$\dfrac{\pi}{2}\le x\le\pi$，　y極小為1,極大為2。

$\pi\le x\le\dfrac{3}{2}\pi$，　y極小為-1,極大為$\sqrt{3}$；$\dfrac{3\pi}{2}\le x\le 2\pi$，　y極小為-1,極大為$\sqrt{3}$。

綜合可得(M,m)=(2,-1)

44. [高一]代入後可得$2(y+3)=(y-1)^2\Rightarrow y^2-4y-5=0, y=5,-1$(不合)，x=3

45. [高二]這題我覺得題目有缺陷，沒說明得很清楚，例如若 ABCD 構成正四面體，滿足題目要求，但是兩直線是歪斜的。所以我也不知道要怎麼弄。

46. [高一]延長$\overline{PC}$交$\overline{AB}$於D，由題意可得$\overrightarrow{PC}=-2\overrightarrow{PD}$

又$\overrightarrow{PD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{PA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{PB}=-\dfrac{k}{3}\overrightarrow{PC}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{PC}\Rightarrow k=\dfrac{3}{2}$

47. [高一]做$\angle A$分角線交$\overline{BC}$於D點，則$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{CD}}=\dfrac{ab}{b+c},\overline{BD}=\dfrac{ac}{b+c}$

又 a,b,c 為等差數列，且$\Delta BAD\sim\Delta BCA$，$\dfrac{c}{a}=\dfrac{\frac{ab}{b+c}}{b}=\dfrac{\frac{ac}{b+c}}{c}\Rightarrow\dfrac{c}{a}=\dfrac{a}{b+c}$

可解得$a:b:c=6:5:4$

48. [高二]設$P(t,5-2t)$，切線斜率為 m，橢圓為$\dfrac{x^2}{1}+\dfrac{y^2}{4}=1$，橢圓切線公式要不要背是見仁見智，$y=mx\pm\sqrt{m^2+4}$，將 P 代入。

$5-2t-mt=\pm\sqrt{m^2+4}\Rightarrow(t^2-1)m^2+(4t^2-10t)m+(4t^2-20t+21)=0$

由於兩切線互相垂直，故$-1=\dfrac{4t^2-20t+21}{t^2-1}\Rightarrow t=2\Rightarrow P(2,1)$

49. [高二]令$P(2t,2kt),Q(3t,3kt)$，$(\dfrac{5}{2}t,\dfrac{5}{2}kt)\cdot(\dfrac{5}{2}t,-2\dfrac{5}{2}kt)=0\Rightarrow t=\dfrac{4}{5}\dfrac{1}{k^2+1}$

代入圓方程式可得到$(25k^2-7)(k^2+1)=0 \Rightarrow k^2=\frac{7}{25} \Rightarrow k=\frac{\sqrt{7}}{5}$

50. [高二]易知$a<0, c=\frac{1}{12} \Rightarrow a=-3$, 頂點為$(k,\frac{7}{3})$將拋物線配方後，

$\frac{1}{-3}[(y-1)+\frac{b^2}{-12}]=(x+\frac{b}{-6})^2 \Rightarrow 1+\frac{b^2}{12}=\frac{7}{3} \Rightarrow b=\pm 4$又$k>0$,故$a,b$異號 ，取 b=4，則 a+b=1