

基隆市 97 學年度市立高中國中部暨國民中學新聘教師聯合甄選「數學科」試題

一、單選題：

1、 哪一個選項的估計值，最接近 $\sqrt{7}$ ？(A)1.659 (B)2.137 (C)2.646 (D)3.251

2、 化簡 $\sqrt{16+\sqrt{252}}+\sqrt{16-\sqrt{252}}=(A)4 (B)6 (C)4\sqrt{2} (D)8$

3、 集合 $A=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 25 \text{ 且 } x,y\in\mathbf{Z}\}$ ，試問集合 A 有多少個元素？
(A) 21 個 (B) 25 個 (C) 52 個 (D) 81 個

4、 設正八面體的二面角為 θ ，則 $\cos\theta=(A)-\frac{1}{3} (B)-\frac{1}{\sqrt{2}} (C)-\frac{1}{2} (D)-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5、 將 $\frac{9}{7}$ 化為小數，試問小數點後第 2008 位的數字為 (A)1 (B)5 (C)7 (D)8

6、 將 10000 轉換成 2 進位的數，試問此 2 進位的數中出現多少個 1？

[例如：10 化成 2 進位為 1010 有 2 個 1 出現]

(A)5 (B)6 (C)8 (D)16

7、 $\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{\sum_{k=1}^n\sqrt{n^2-k^2}}{n^2}=(A)0 (B)1 (C)\frac{\pi}{4} (D)\frac{1}{2}$

8、 甲敘述：『任意兩條拋物線都相似』；乙敘述：『任意兩個圓都相似』試問甲、乙兩敘述是否正確？

(A)甲、乙都錯 (B)甲對、乙錯 (C)甲錯、乙對 (D)甲、乙都對

9、 $2008=a\times 8^3+b\times 8^2+c\times 8+d$ ，其中 $0\leq a,b,c,d<8$ 且 $a,b,c,d\in\mathbf{Z}$ 。試問 $b=$

(A)0 (B)2 (C)3 (D)7

10、 有一樓梯共有 8 階，某人登樓梯時，每步上 1 階或 2 階。試問他上此樓梯共有多少種方式？ (A)18 種 (B)21 種 (C)34 種 (D)36 種

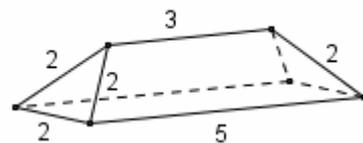
11、 $(1+x+x^2)^{10}$ 的展開式中， x^{10} 的係數為 (A)220 (B)560 (C)8953 (D)10213

12、 下列哪一個選項的角度可以透過尺規作圖作出來？(A) 1° (B) 2° (C) 3° (D) 5°

13、 在坐標平面上，將點(2,1)繞著點(-1,1)依逆時針方向旋轉 2010 度，會落在第幾象限內？

(A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限 (D)第四象限

- 14、正十二邊形共有多少條對角線？(A)30 (B)45 (C)54 (D)66
- 15、在坐標平面上，由點(0, 0), (2, 0), (4, 3)所形成的三角形，其重心坐標為
(A)(2, 1) (B)(3, 1.5) (C)(3, 1) (D)(6, 3)
- 16、擲兩粒均勻骰子，擲出點數和 6 的機率為(A) $\frac{1}{11}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{1}{6}$
- 17、有一個三角形它的面積與其內切圓的面積之比，剛好是 9 : 1，試問此三角形的周長與其內切圓的周長之比為 (A)3 : 1 (B)6 : 1 (C)9 : 1 (D)有很多可能性
- 18、 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=45^\circ$ ， $\overline{AB}=5$ 。試問 $\triangle ABC$ 的面積為
(A) $25(2-\sqrt{3})$ (B) $\frac{25(\sqrt{3}-1)}{4}$ (C) $\frac{5\sqrt{6}}{4}$ (D) 資訊不足，無法得知
- 19、在單位球面上，有一個三邊由大圓的圓弧組合而成的球面三角形，它的三個內角角度分別為 60° 、 90° 、 75° ，試問此球面三角形面積為
(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ (C) 有很多可能性 (D) 沒有這樣的球面三角形
- 20、已知平面上有兩條長度分別為 a, b 的線段，試問下列選項中的線段長度，不一定可以利用尺規作圖作出來？(A) $a+b$ (B) ab (C) \sqrt{ab} (D) $\sqrt{a^2+b^2}$
- 21、循環小數 $0.235\overline{142} =$ (A) $\frac{235142}{999999}$ (B) $\frac{235142}{999000}$ (C) $\frac{234907}{999999}$ (D) $\frac{234907}{999000}$
- 22、包含點(2, 1, 2)及直線 $5x+4y=1, z=1$ 的平面方程式為
(A) $2x+y+2z=9$ (B) $7(x-2)-8(y-1)-3(z-2)=0$
(C) $8x+10y+3z=32$ (D) $5x+4y-13z+12=0$
- 23、如圖所示的一個立體，底面為長 5 寬 2 的長方形，兩個梯形的側面為上底 3 下底 5 的梯形，另兩個側面為邊長 2 的正三角形，試問此立體的體積為
(A) 8 (B) $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ (C) $20-\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{13\sqrt{2}}{3}$



(A) 甲、乙都對 (B) 甲對、乙錯 (C) 甲錯、乙對 (D) 甲、乙都錯。

25、在空間坐標中，試問下列哪一點與 $(2, 1, 2)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 3, 5)$ 三點共面？

(A) $(1, 4, 5)$ (B) $(2, 4, 6)$ (C) $(3, 1, 3)$ (D) $(4, 4, 8)$

26、在坐標平面上，由方程式 $|x-2|+|2y-3|=5$ 所圍成的區域面積為

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25

27、 $\min(a,b) \leq \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \leq \max(a,b)$ 其中 $a > 0, b > 0$ 。

關於上列的一串不等式，下列選項何者正確？

(A) 第一個『 \leq 』不成立 (B) 第二個『 \leq 』不成立

(C) 第四個『 \leq 』不成立 (D) 全部成立

28、在空間坐標中，以 $(1, 2, 3)$, $(2, 1, 3)$, $(3, 1, 2)$ 為頂點的三角形面積為

(A) 0 (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 3 (D) 6

29、甲： $x^2 + y^2 = 1$ ；乙： $\log y = x$ ；丙： $y = \frac{1}{x}$ ，試問下列哪一個選項是正確？

(A) 甲、乙、丙等式中的 y 都可以看成是 x 在實數上的函數

(B) 只有乙、丙等式中的 y 可看成是 x 在實數上的函數

(C) 只有乙等式中的 y 可看成是 x 在實數上的函數

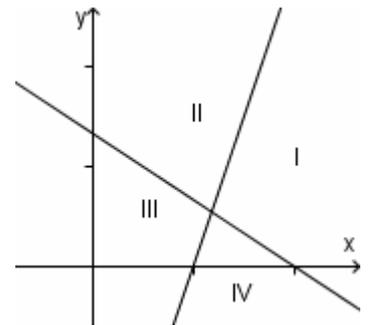
(D) 只有丙等式中的 y 可看成是 x 在實數上的函數

30、在坐標平面上，如圖所示，兩條直線 $2x+3y=4$, $3x-y=3$

將坐標平面切割成四個區域，區域 I 為

(A) $\begin{cases} 2x+3y > 4 \\ 3x-y > 3 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 2x+3y > 4 \\ 3x-y < 3 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x+3y < 4 \\ 3x-y > 3 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 2x+3y < 4 \\ 3x-y < 3 \end{cases}$



31、有一元銅板 20 個，五元銅板 10 個，拾元銅板 10 個，要湊成 125 元有幾種方式？

(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21

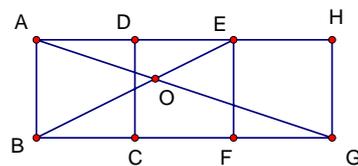
32、已知小於 1000 的質數有 168 個，試問小於 1000，且不能被 2 或 3 或 5 整除的合成數有多少個？ (A) 100 (B) 102 (C) 104 (D) 106

33、關於等式 $-3 = (-3)^1 = (-3)^{2 \times \frac{1}{2}} = ((-3)^2)^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}} = 3$ ，試問在哪一個等號開始出問題？

(A) 第一個等號 (B) 第二個等號 (C) 第三個等號 (D) 第四個等號

34、如圖所示，ABCD、CDEF、EFGH 為正方形，試問 $\angle BOG =$

(A) 135° (B) 120° (C) $\cos^{-1}(-\frac{2}{3})$ (D) $\frac{5\pi}{6}$



35、三邊的邊長皆為正整數且最短邊的邊長小於 10，試問這樣的直角三角形，有多少種(彼此不全等)? (A) 5 種 (B) 6 種 (C) 7 種 (D) 8 種

36、在坐標平面上，通過(1, 2), (2, 3), (3, 6)三點的拋物線有多少條?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 無窮多條

37、由三角形的正弦定理『 $\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$ 』可反映出下列哪一個幾何性質?

- (A) 兩邊之和大於第三邊
- (B) 大邊對大角、小邊對小角
- (C) 鈍角三角形的外心在三角形的外部
- (D) 邊長與其對角角度之間的比值固定

38、關於正 20 面體，下列哪一選項中的敘述不正確?

- (A) 有 12 個頂點
- (B) 有 30 條稜
- (C) 二面角 144 度
- (D) 其頂點可組成 15 個黃金矩形

39、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n+1} =$ (A) 1 (B) 2 (C) e (D) ∞

40、下列何者正確?

(A) $\sqrt{2} = 1.4142$ (B) $\frac{\pi}{2} = 90$ (C) $\log 2 = 0.3010$ (D) $e^{\pi i} = -1$

基隆市 97 學年度市立高中國中部暨國民中學新聘教師聯合甄選標準答案

科別：數學科

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	D	A	C	A	C	D	D	C
題號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	C	C	C	C	A	C	C	B	A	B
題號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	D	D	D	C	B	D	D	B	C	A
題號	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
答案	D	A	C	A	B C	D	B	C	A	D

97 基隆市略解

- [國二]送分題。
- [國二]怕錯可以先平方，再開根號。所以答案是 6。
- [高二]可以用列表的，會得到 81 的結果。可以從圖形去想，除了原點是孤單的之外，其他格子點必然可以透過旋轉，繞完四個象限，所以個數會是 $4n+1$ 的形式，很明顯也不可能只有 25 個或以下。所以就選(D)81。
- [高二]從剖面來看，要算兩面角，應該從等腰三角形來下手。因此假定邊長為 1，找出兩腰為 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，底邊為 $\sqrt{2}$ 。兩面角就是頂角，其餘弦值為

$$\frac{\frac{3}{4} + \frac{3}{4} - 2}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{3}。$$

- [國一] $\frac{9}{7} = 1.285714$ ，每六個一循環，第 2008 位等同第 4 位，所以 7。
- [國一] $10000 = 8192 + 1024 + 512 + 256 + 16$ ，所以 5 個 1。
- [微積分－黎曼和與三角代換]原式 $= \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{4}$
- [國三]這兩個敘述都對，可以用繪圖軟體玩一玩就知道了。
- [國一] $2008 = 3 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 3 \times 8$
- [高二]基隆很愛這種題目，一樣用表格來找比較不會錯。

(4 個 2, 0 個 1)	(3 個 2, 2 個 1)	(2 個 2, 4 個 1)	(1 個 2, 6 個 1)	(0 個 2, 8 個 1)
$C_4^4 = 1$	$C_2^5 = 10$	$C_2^6 = 15$	$C_1^7 = 7$	$C_8^8 = 1$

- [高二]又來一次，一樣用表格來找比較不會錯。

(5,0,5)	(4,2,4)	(3,4,3)	(2,6,2)	(1,8,1)	(0,10,0)
$\frac{10!}{5!5!} = 252$	$\frac{10!}{4!2!4!} = 3150$	$\frac{10!}{3!4!3!} = 4200$	$\frac{10!}{2!6!2!} = 1260$	$\frac{10!}{8!} = 90$	$\frac{10!}{10!} = 1$

- [國二]只有 3 的整數倍角度可以做出來。
- [高一]半徑是 3，轉完之後點的坐標是 $(2 + 3 \cos 2010^\circ, 1 + 3 \sin 2010^\circ)$ 在第三象限。
- [國二] $\frac{12 \times 11}{2} - 12 = 54$
- [國三]三個加起來除以 3，得到(2,1)
- [國三] $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- [國三]這題今年台北市有類似的題目， $\frac{1}{2}rs : \pi r^2 = 9 : 1 \Rightarrow s : 2\pi r = 9 : 1$

18. [高一]假設 \overline{AB} 上的高為 x ，則 $\overline{AB} = (\sqrt{3} + 1)x$ ， $x = \frac{5}{\sqrt{3} + 1}$ ，三角形面積則為

$$\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{\sqrt{3} + 1} = \frac{25}{4}(\sqrt{3} - 1)$$

19. [幾何]這很偏了吧，不難但是不知道就是不知道。球面三角形的面積為

$$r^2 \cdot E = 1^2 \cdot (60^\circ + 90^\circ + 75^\circ - 180^\circ) = \frac{\pi}{4}。$$

20. [國三]不知道 1 多長，就不能做乘法。所以選(B)

21. [高一]有公式可以套，答案是(D)

22. [高二]這題我用芭樂招，反正 $z=1$ 代進去要得到 $5x+4y=1$ ，只有(D)符合。

23. [國二]我把它鋸開再拼成一個金字塔跟一根三角柱，

金字塔體積為 $\frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \sqrt{2}$ ，三角柱體積為 $\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{2} \times 3$ ，相加即得。

24. [國一]定義題，甲錯乙對。

25. [高二]先用外積找出平面方程為 $x - 4y + 3z = 4$ ，再丟點下去算。

26. [高一]中心點為 $(2, \frac{3}{2})$ 對角線長度分別為 10,5 的菱形，所以面積 25。

27. [高一]有人稱為算幾調平均不等式，反正是對的。

28. [高一]先算出三邊長後，可以發現是一個頂角為 120 度的等腰三角形，就不要再海龍硬幹了。

29. [高一]丙的定義域少了 0，所以只剩(C)了。

30. [國一]我念國中時還有學二元一次聯立不等式及繪圖，我的芭樂招就是用(0,0)下去檢查，就可以找到符合的區域了。

31. [高二]慢慢窮舉，總是算得出來的，共 21 種。

32. [高一]用高斯公式：

$$999 - \left[\frac{999}{2}\right] - \left[\frac{999}{3}\right] - \left[\frac{999}{5}\right] + \left[\frac{999}{6}\right] + \left[\frac{999}{10}\right] + \left[\frac{999}{15}\right] - \left[\frac{999}{30}\right] = 265，但這裡已經扣$$

掉 2,3,5 這三個質數了，所以再扣掉 165 個質數，答案是 100 個。

33. [高一]複數的概念題，第二個等號錯了。

34. [高一]這算常見了，通常會問 45 才對，他只是用補角，所以變成 135。

$$\tan \angle OGB = \frac{1}{3}, \tan \angle BOG = \frac{1}{2}, \tan \angle AOB = \tan(\angle OGB + \angle BOG) = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = 1$$

$$\angle AOB = 45^\circ \Rightarrow \angle BOG = 135^\circ$$

35. [國二]窮舉有 7 個，(3,4,5)(6,8,10)(9,12,15)(5,12,13)(7,24,25)(8,15,17)(9,40,41)

36. [國三]概念題，可能是斜拋物線。所以無窮多個。

37. [高一]我個人認為正弦定理就是樞紐定理的數字形式。

38. [高二]為了今年這份基隆的題目，我跟書商要了足夠多的積木來拼出五個正多面體，所以這一題(C)是錯的。實際的數字是 $\pi - \sin^{-1} \frac{2}{3}$ 。
39. [微積分－極限]基本題，就 1。
40. [高二](A)為無理數，不是有限小數(B)少了度(C)理由同(A)，(D)又是鼎鼎大名的尤拉公式。