

基隆市 97 學年度市立高中國中部暨國民中學新聘教師聯合甄選「數學科」試題

一、單選題：

1、 哪一個選項的估計值，最接近 $\sqrt{7}$ ？(A)1.659 (B)2.137 (C)2.646 (D)3.251

2、 化簡 $\sqrt{16+\sqrt{252}}+\sqrt{16-\sqrt{252}}=(A) 4 (B) 6 (C) 4\sqrt{2} (D) 8$

3、 集合 $A=\{(x,y) \mid x^2+y^2 \leq 25 \text{ 且 } x,y \in \mathbf{Z}\}$ ，試問集合 A 有多少個元素？  
(A) 21 個 (B) 25 個 (C) 52 個 (D) 81 個

4、 設正八面體的二面角為 $\theta$ ，則 $\cos \theta = (A)-\frac{1}{3} (B)-\frac{1}{\sqrt{2}} (C)-\frac{1}{2} (D)-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5、 將 $\frac{9}{7}$ 化為小數，試問小數點後第 2008 位的數字為 (A)1 (B)5 (C)7 (D)8

6、 將 10000 轉換成 2 進位的數，試問此 2 進位的數中出現多少個 1？

[例如：10 化成 2 進位為 1010 有 2 個 1 出現]

(A)5 (B)6 (C)8 (D)16

7、  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n \sqrt{n^2 - k^2}}{n^2} = (A)0 (B)1 (C)\frac{\pi}{4} (D)\frac{1}{2}$

8、 甲敘述：『任意兩條拋物線都相似』；乙敘述：『任意兩個圓都相似』試問甲、乙兩敘述是否正確？

(A)甲、乙都錯 (B)甲對、乙錯 (C)甲錯、乙對 (D)甲、乙都對

9、  $2008 = a \times 8^3 + b \times 8^2 + c \times 8 + d$ ，其中 $0 \leq a, b, c, d < 8$ 且 $a, b, c, d \in \mathbf{Z}$ 。試問 $b =$

(A)0 (B)2 (C)3 (D) 7

10、 有一樓梯共有 8 階，某人登樓梯時，每步上 1 階或 2 階。試問他上此樓梯共有多少種方式？ (A)18 種 (B)21 種 (C) 34 種 (D)36 種

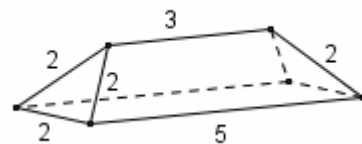
11、  $(1+x+x^2)^{10}$ 的展開式中， $x^{10}$ 的係數為 (A)220 (B)560 (C) 8953 (D)10213

12、 下列哪一個選項的角度可以透過尺規作圖作出來？(A) $1^\circ$  (B) $2^\circ$  (C) $3^\circ$  (D)  $5^\circ$

13、 在坐標平面上，將點(2, 1)繞著點(-1, 1)依逆時針方向旋轉 2010 度，會落在第幾象限內？

(A)第一象限 (B)第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

- 14、正十二邊形共有多少條對角線？(A)30 (B)45 (C)54 (D)66
- 15、在坐標平面上，由點 $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(4, 3)$ 所形成的三角形，其重心坐標為  
(A) $(2, 1)$  (B) $(3, 1.5)$  (C) $(3, 1)$  (D) $(6, 3)$
- 16、擲兩粒均勻骰子，擲出點數和 6 的機率為(A) $\frac{1}{11}$  (B) $\frac{1}{12}$  (C) $\frac{5}{36}$  (D) $\frac{1}{6}$
- 17、有一個三角形它的面積與其內切圓的面積之比，剛好是 9:1，試問此三角形的周長與其內切圓的周長之比為 (A)3:1 (B)6:1 (C)9:1 (D)有很多可能性
- 18、 $\triangle ABC$  中， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=45^\circ$ ， $\overline{AB}=5$ 。試問 $\triangle ABC$  的面積為  
(A)  $25(2-\sqrt{3})$  (B)  $\frac{25(\sqrt{3}-1)}{4}$  (C)  $\frac{5\sqrt{6}}{4}$  (D)資訊不足，無法得知
- 19、在單位球面上，有一個三邊由大圓的圓弧組合而成的球面三角形，它的三個內角角度分別為  $60^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $75^\circ$ ，試問此球面三角形面積為  
(A)  $\frac{\pi}{4}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$  (C)有很多可能性 (D)沒有這樣的球面三角形
- 20、已知平面上有兩條長度分別為  $a, b$  的線段，試問下列選項中的線段長度，不一定可以利用尺規作圖作出來？(A) $a+b$  (B) $ab$  (C) $\sqrt{ab}$  (D) $\sqrt{a^2+b^2}$
- 21、循環小數  $0.235\overline{142} = (A) \frac{235142}{999999}$  (B)  $\frac{235142}{999000}$  (C)  $\frac{234907}{999999}$  (D)  $\frac{234907}{999000}$
- 22、包含點 $(2, 1, 2)$ 及直線 $5x+4y=1, z=1$ 的平面方程式為  
(A)  $2x+y+2z=9$  (B)  $7(x-2)-8(y-1)-3(z-2)=0$   
(C)  $8x+10y+3z=32$  (D)  $5x+4y-13z+12=0$
- 23、如圖所示的一個立體，底面為長 5 寬 2 的長方形，兩個梯形的側面為上底 3 下底 5 的梯形，另兩個側面為邊長 2 的正三角形，試問此立體的體積為  
(A) 8 (B)  $\frac{10\sqrt{2}}{3}$  (C)  $20-\frac{8\sqrt{2}}{3}$  (D)  $\frac{13\sqrt{2}}{3}$



- 24、關於『1 是否為質數？』的問題，有甲、乙兩人的論述如下：  
甲：『因為質數都剛好有兩個正因數，而 1 只有一個正因數，所以 1 不是質數。』  
乙：『因為是對大於 1 的整數，才去定義質數，所以 1 不是我們要判定是不是質數的對象。』  
試問下列選項何者正確？

(A) 甲、乙都對 (B) 甲對、乙錯 (C) 甲錯、乙對 (D) 甲、乙都錯.

25、在空間坐標中，試問下列哪一點與 $(2, 1, 2)$ ,  $(1, 0, 1)$ ,  $(1, 3, 5)$ 三點共面？

(A)  $(1, 4, 5)$  (B)  $(2, 4, 6)$  (C)  $(3, 1, 3)$  (D)  $(4, 4, 8)$

26、在坐標平面上，由方程式 $|x-2|+|2y-3|=5$ 所圍成的區域面積為

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25

27、 $\min(a, b) \leq \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \leq \max(a, b)$  其中  $a > 0, b > 0$ .

關於上列的一串不等式，下列選項何者正確？

(A) 第一個『 $\leq$ 』不成立 (B) 第二個『 $\leq$ 』不成立

(C) 第四個『 $\leq$ 』不成立 (D) 全部成立

28、在空間坐標中，以 $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 1, 3)$ ,  $(3, 1, 2)$ 為頂點的三角形面積為

(A) 0 (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C) 3 (D) 6

29、甲： $x^2 + y^2 = 1$ ；乙： $\log y = x$ ；丙： $y = \frac{1}{x}$ ，試問下列哪一個選項是正確？

(A) 甲、乙、丙等式中的 $y$ 都可以看成是 $x$ 在實數上的函數

(B) 只有乙、丙等式中的 $y$ 可看成是 $x$ 在實數上的函數

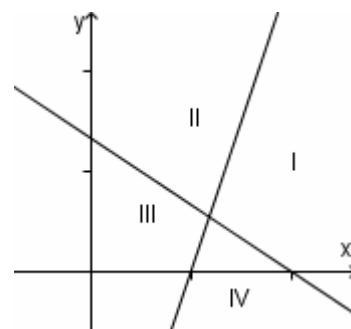
(C) 只有乙等式中的 $y$ 可看成是 $x$ 在實數上的函數

(D) 只有丙等式中的 $y$ 可看成是 $x$ 在實數上的函數

30、在坐標平面上，如圖所示，兩條直線 $2x+3y=4$ ,  $3x-y=3$ 將坐標平面切割成四個區域，區域 I 為

(A)  $\begin{cases} 2x+3y > 4 \\ 3x-y > 3 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 2x+3y > 4 \\ 3x-y < 3 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} 2x+3y < 4 \\ 3x-y > 3 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 2x+3y < 4 \\ 3x-y < 3 \end{cases}$



31、有一元銅板 20 個，五元銅板 10 個，拾元銅板 10 個，要湊成 125 元有幾種方式？

(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21

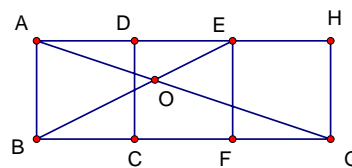
32、已知小於 1000 的質數有 168 個，試問小於 1000，且不能被 2 或 3 或 5 整除的合數有多少個？ (A) 100 (B) 102 (C) 104 (D) 106

33、關於等式  $-3 = (-3)^1 = (-3)^{2 \times \frac{1}{2}} = ((-3)^2)^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}} = 3$ ，試問在哪一個等號開始出問題？

(A) 第一個等號 (B) 第二個等號 (C) 第三個等號 (D) 第四個等號

34、如圖所示，ABCD、CDEF、EFGH 為正方形，試問  $\angle BOG =$

(A)  $135^\circ$  (B)  $120^\circ$  (C)  $\cos^{-1}(-\frac{2}{3})$  (D)  $\frac{5\pi}{6}$



35、三邊的邊長皆為正整數且最短邊的邊長小於 10，試問這樣的直角三角形，有多少種(彼此不全等)? (A) 5 種 (B) 6 種 (C) 7 種 (D) 8 種

36、在坐標平面上，通過  $(1, 2)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, 6)$  三點的拋物線有多少條?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 無窮多條

37、由三角形的正弦定理『 $\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$ 』可反映出下列哪一個幾何性質?

- (A) 兩邊之和大於第三邊
- (B) 大邊對大角、小邊對小角
- (C) 鈍角三角形的外心在三角形的外部
- (D) 邊長與其對角角度之間的比值固定

38、關於正 20 面體，下列哪一選項中的敘述不正確?

- (A) 有 12 個頂點 (B) 有 30 條稜 (C) 二面角 144 度 (D) 其頂點可組成 15 個黃金矩形

39、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n+1} =$  (A) 1 (B) 2 (C)  $e$  (D)  $\infty$

40、下列何者正確?

(A)  $\sqrt{2} = 1.4142$  (B)  $\frac{\pi}{2} = 90$  (C)  $\log 2 = 0.3010$  (D)  $e^{\pi i} = -1$

基隆市 97 學年度市立高中國中部暨國民中學新聘教師聯合甄選標準答案

科別：數學科

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	D	A	C	A	C	D	D	C
題號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	C	C	C	C	A	C	C	B	A	B
題號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	D	D	D	C	B	D	D	B	C	A
題號	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
答案	D	A	C	A	<del>B</del> C	D	B	C	A	D

97 基隆市略解

1. [國二]送分題。
2. [國二]怕錯可以先平方，再開根號。所以答案是 6。
3. [高二]可以用列表的，會得到 81 的結果。可以從圖形去想，除了原點是孤單的之外，其他格子點必然可以透過旋轉，繞完四個象限，所以個數會是  $4n+1$  的形式，很明顯也不可能只有 25 個或以下。所以就選(D)81。
4. [高二]從剖面來看，要算兩面角，應該從等腰三角形來下手。因此假定邊長為 1，找出兩腰為  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，底邊為  $\sqrt{2}$ 。兩面角就是頂角，其餘弦值為

$$\frac{\frac{3}{4} + \frac{3}{4} - 2}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{3}。$$

5. [國一]  $\frac{9}{7} = 1.\overline{285714}$ ，每六個一循環，第 2008 位等同第 4 位，所以 7。
6. [國一]  $10000 = 8192 + 1024 + 512 + 256 + 16$ ，所以 5 個 1。
7. [微積分－黎曼和與三角代換]原式  $= \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{4}$
8. [國三]這兩個敘述都對，可以用繪圖軟體玩一玩就知道了。
9. [國一]  $2008 = 3 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 3 \times 8$
10. [高二]基隆很愛這種題目，一樣用表格來找比較不會錯。

(4 個 2, 0 個 1)	(3 個 2, 2 個 1)	(2 個 2, 4 個 1)	(1 個 2, 6 個 1)	(0 個 2, 8 個 1)
$C_4^4 = 1$	$C_2^5 = 10$	$C_2^6 = 15$	$C_1^7 = 7$	$C_8^8 = 1$

11. [高二]又來一次，一樣用表格來找比較不會錯。

(5,0,5)	(4,2,4)	(3,4,3)	(2,6,2)	(1,8,1)	(0,10,0)
$\frac{10!}{5!5!} = 252$	$\frac{10!}{4!2!4!} = 3150$	$\frac{10!}{3!4!3!} = 4200$	$\frac{10!}{2!6!2!} = 1260$	$\frac{10!}{8!} = 90$	$\frac{10!}{10!} = 1$

12. [國二]只有 3 的整數倍角度可以做出來。
13. [高一]半徑是 3，轉完之後點的坐標是  $(2 + 3\cos 2010^\circ, 1 + 3\sin 2010^\circ)$  在第三象限。
14. [國二]  $\frac{12 \times 11}{2} - 12 = 54$
15. [國三]三個加起來除以 3，得到(2,1)
16. [國三]  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
17. [國三]這題今年台北市有類似的題目， $\frac{1}{2}rs : \pi r^2 = 9:1 \Rightarrow s : 2\pi r = 9:1$

18. [高一] 假設  $\overline{AB}$  上的高為  $x$ ，則  $\overline{AB} = (\sqrt{3} + 1)x$ ， $x = \frac{5}{\sqrt{3} + 1}$ ，三角形面積則為

$$\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{\sqrt{3} + 1} = \frac{25}{4}(\sqrt{3} - 1)$$

19. [幾何] 這很偏了吧，不難但是不知道就是不知道。球面三角形的面積為

$$r^2 \cdot E = 1^2 \cdot (60^\circ + 90^\circ + 75^\circ - 180^\circ) = \frac{\pi}{4}。$$

20. [國三] 不知道 1 多長，就不能做乘法。所以選(B)

21. [高一] 有公式可以套，答案是(D)

22. [高二] 這題我用芭樂招，反正  $z=1$  代進去要得到  $5x+4y=1$ ，只有(D)符合。

23. [國二] 我把它鋸開再拼成一個金字塔跟一根三角柱，

$$\text{金字塔體積為 } \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \sqrt{2}，\text{三角柱體積為 } \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{2} \times 3，\text{相加即得。}$$

24. [國一] 定義題，甲錯乙對。

25. [高二] 先用外積找出平面方程為  $x - 4y + 3z = 4$ ，再丟點下去算。

26. [高一] 中心點為  $(2, \frac{3}{2})$  對角線長度分別為 10, 5 的菱形，所以面積 25。

27. [高一] 有人稱為算幾調平均不等式，反正是對的。

28. [高一] 先算出三邊長後，可以發現是一個頂角為 120 度的等腰三角形，就不要再海龍硬幹了。

29. [高一] 丙的定義域少了 0，所以只剩(C)了。

30. [國一] 我念國中時還有學二元一次聯立不等式及繪圖，我的芭樂招就是用(0,0)下去檢查，就可以找到符合的區域了。

31. [高二] 慢慢窮舉，總是算得出來的，共 21 種。

32. [高一] 用高斯公式：

$$999 - [\frac{999}{2}] - [\frac{999}{3}] - [\frac{999}{5}] + [\frac{999}{6}] + [\frac{999}{10}] + [\frac{999}{15}] - [\frac{999}{30}] = 265，\text{但這裡已經扣}$$

掉 2, 3, 5 這三個質數了，所以再扣掉 165 個質數，答案是 100 個。

33. [高一] 複數的概念題，第二個等號錯了。

34. [高一] 這算常見了，通常會問 45 才對，他只是用補角，所以變成 135。

$$\tan \angle OGB = \frac{1}{3}, \tan \angle BOG = \frac{1}{2}, \tan \angle AOB = \tan(\angle OGB + \angle BOG) = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = 1$$

$$\angle AOB = 45^\circ \Rightarrow \angle BOG = 135^\circ$$

35. [國二] 窮舉有 7 個，(3,4,5)(6,8,10)(9,12,15)(5,12,13)(7,24,25)(8,15,17)(9,40,41)

36. [國三] 概念題，可能是斜拋物線。所以無窮多個。

37. [高一] 我個人認為正弦定理就是樞紐定理的數字形式。

38. [高二]為了今年這份基隆的題目，我跟書商要了足夠多的積木來拼出五個正多面體，所以這一題(C)是錯的。實際的數字是  $\pi - \sin^{-1} \frac{2}{3}$ 。
39. [微積分－極限]基本題，就 1。
40. [高二](A)為無理數，不是有限小數(B)少了度(C)理由同(A)，(D)又是鼎鼎大名的尤拉公式。