

科目：數學科

准考證號碼：

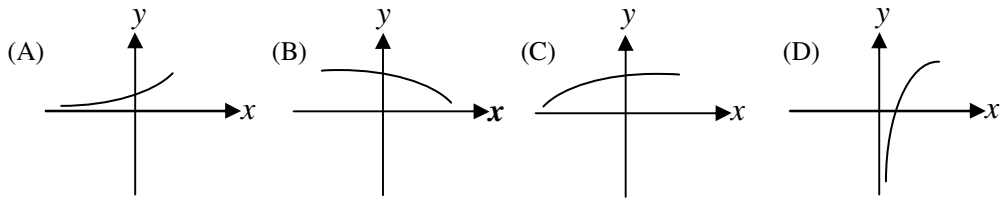
選擇題共 40 題，每題 2.5 分

(B) 1. 求 $(3x - 2y)^4$ 展開式中， x^2y^2 的係數是多少？(A) -216 (B) 216 (C) -96 (D) 96

(A) 2. 若 x 滿足方程式 $6^x - 2^x - 4 \cdot 3^x + 4 = 0$ ，則 $x =$ ？
(A) 0 或 2 (B) 2 或 3 (C) 1 或 -6 (D) 4 或 -4

(B) 3. 比較 $(0.8)^{-0.1}$ ， $(0.8)^{0.9}$ ， $\sqrt{0.8}$ ，1 這四個數中最小的數是哪一個？
(A) $(0.8)^{-0.1}$ (B) $(0.8)^{0.9}$ (C) $\sqrt{0.8}$ (D) 1

(A) 4. 若 $a > 0$ ， $a \neq 1$ ，則下列圖形中，哪一個圖形有可能是指數函數 $y = a^x$ 的部分圖形？



(B) 5. 比較 $(\frac{1}{32})^{\frac{3}{5}}$ ， $(0.008)^{-\frac{1}{3}}$ ， $\frac{2}{3} \log \sqrt{125}$ ， $(5 + 2\sqrt{6})^3 (5 - 2\sqrt{6})^3$ 這四個數中最大的數是哪一個？

(已知 $\log 5 = 0.6990$)

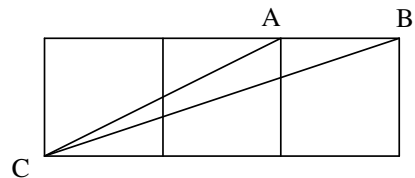
(A) $(\frac{1}{32})^{\frac{3}{5}}$ (B) $(0.008)^{-\frac{1}{3}}$
(C) $\frac{2}{3} \log \sqrt{125}$ (D) $(5 + 2\sqrt{6})^3 (5 - 2\sqrt{6})^3$

(B) 6. 設 $\sec 40^\circ = a$ ，則下列哪一個式子正確？

(A) $\sqrt{3} > a > \sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2} > a > \frac{2\sqrt{3}}{3}$
(C) $\frac{2\sqrt{3}}{3} > a > 1$ (D) $1 > a > \frac{\sqrt{3}}{2}$

(A) 7. 若右圖中各正方形的邊長都是 1，
則 $\sin \angle ABC$ 的值是多少？

(A) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{5}$



(D) 8. 有一個以 V 點為頂點，動直線 L 為母線，定直線 L_0 為中心軸的圓錐面與一個平面 E ，若平面 E 不通過此圓錐面的頂點 V 時，則下列何者可能是它的圓錐截痕的形狀？

(A) 一點 (B) 一直線 (C) 相交兩直線 (D) 拋物線

(C)9. 下列何者是拋物線 $x = -2y^2$ 的準線方程式？

(A) $y = \frac{1}{8}$ (B) $y = -\frac{1}{8}$ (C) $x = \frac{1}{8}$ (D) $x = -\frac{1}{8}$

(A)10. 已知拋物線對稱 y 軸，它的頂點在原點，且通過點 $(-\sqrt{2}, 1)$ ，則下列哪一個是它的方程式？

(A) $y = \frac{1}{2}x^2$ (B) $y = -\frac{1}{2}x^2$ (C) $y = 2x^2$ (D) $y = -x^2$

(D)11. 橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 與橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ 有多少個交點？

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

(B)12. 設切線的斜率 $m = 2$ ，下列何者是拋物線 $x^2 = 4y$ 的切線方程式？

(A) $y = x + 1$ (B) $y = 2x - 4$ (C) $y = 3x - 2$ (D) $y = 4x + 3$

(A)13. 下列何者是直線 $y = -2x + 5$ 與拋物線 $y^2 = 9x$ 的交點坐標？

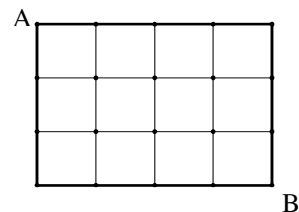
(A) (1, 3) (B) (2, 1) (C) (3, -1) (D) $(\frac{25}{4}, \frac{15}{2})$

(C)14. 方程式 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} - 1 = 0$ 的正根個數有多少個？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(C)15. 右圖為一個棋盤形的街道，小英想由 A 點走到 B 點，請問共有幾種捷徑？

(A) 49 (B) 42 (C) 35 (D) 28



(C)16. 從一批 3000 個電燈泡中，隨機挑選 100 個燈泡進行測試，發現其中有 3 個燈泡有缺陷，請問這一批燈泡中，預期會有幾個有缺陷的燈泡？

(A) 30 (B) 60 (C) 90 (D) 150

(D)17. 已知 $xy = 1$ ，且知 $x > 0$ ，請問下列哪一個有關 x 、 y 的敘述正確？

(A) 當 $x > 1$ 時， $y < 0$ (B) 當 $x > 1$ 時， $y > 1$
(C) 當 $x < 1$ 時， $y < 1$ (D) 當 x 增加時， y 減少

(A)18. 設 $f(x) = x^3 + x^2 + ax + 2$ 與 $g(x) = x^3 + 2x^2 + bx + 1$ 的最大公因式為二次式，則數對 $(a, b) = ?$

(A) $(-7, -4)$ (B) $(-5, -3)$ (C) $(5, 3)$ (D) $(7, 4)$

(C)19. 下列有關函數 $y = \sin x - \cos x$ 的性質，那個是正確的？

- (A) 它的最大值為 2，最小值為-2
- (B) 它的圖形與直線 $y = \frac{3}{2}$ 會相交
- (C) 在區間 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上，它是一個遞增函數
- (D) 它的圖形對稱於原點

(D)20. 從一直線上三點 C 、 D 、 E 測得山頂 A 點之仰角分別為 30° 、 45° 、 60° (但 C 、 D 、 E 三點與山頂之垂足 B 點不共線)，若 $\overline{CD} = 600$ 公尺， $\overline{DE} = 400$ 公尺，則山高為多少公尺？

- (A) $100\sqrt{5}$ (B) $200\sqrt{5}$ (C) $100\sqrt{15}$ (D) $200\sqrt{15}$

(B)21. 有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 六個人參加模範生選舉。開票結束後，有甲、乙、丙、丁、戊、己六位同學敘述得票的名次如下：

- 甲說：「第 3 名是 E ，第 5 名是 B 。」
- 乙說：「第 2 名是 A ，第 4 名是 E 。」
- 丙說：「第 4 名是 B ，第 6 名是 F 。」
- 丁說：「第 2 名是 B ，第 6 名是 D 。」
- 戊說：「第 1 名是 C ，第 5 名是 A 。」
- 己說：「第 2 名是 C ，第 3 名是 D ，第 5 名是 F 。」

經查證之後，發現這甲、乙、丙、丁、戊、己六個人都只有講對 1 個人的名次，請問下列有敘述何者錯誤？

- (A) A 是第 2 名 (B) B 是第 5 名 (C) D 是第 6 名 (D) E 是第 3 名

(A)22. 若 $145 = a \times 4^3 + b \times 4^2 + c \times 4 + d$ ，其中 $0 \leq a, b, c, d < 4$ ，則 $c =$ ？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(C)23. 在平面的四條相異直線，下列何者是它們可能出現的交點數集合？

- (A) $\{0, 1, 3, 4, 6\}$ (B) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- (C) $\{0, 1, 3, 4, 5, 6\}$ (D) $\{0, 1, 3, 4, 6, 8\}$

(D)24. 有一數列按某規律呈現，已知其前三項分別為 1, 2, 3，請問其第 4 項是多少？

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 資料不足，無法判定

(B)25. 下列四個軟體中，哪一種最適合用來作尺規作圖的輔助教學？

- (A) MATHEMATICA (B) GSP (C) POWERPOINT (D) 小畫家

(B)26. 有一個容量為 56000 公升的空水池，若每分鐘注入 240 公升到此水池中，以半小時為單位估算，大約需要多少時間才能將此水池注滿？

- (A) 4.5 小時 (B) 4 小時 (C) 3.5 小時 (D) 3 小時

(C)27. 在坐標平面上，將點(2, 5)繞點(1, 1)逆時針旋轉 1234° 後，會落在哪一個象限？

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

(D)28. 下列兩個關於比與比值的敘述是否正確嗎？

甲：『 $2:3 = \frac{2}{3}$ 』

乙：『若 $a:b = 2:3$ ，則 $a < b$ 。』

- (A) 甲、乙都對 (B) 甲對、乙錯 (C) 甲錯、乙對 (D) 甲、乙都錯

(B)29. 計算 $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = ?$

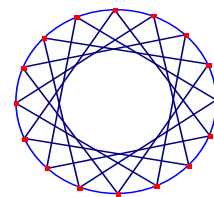
- (A) $\frac{11}{12}$ (B) $\frac{65}{264}$ (C) $\frac{65}{132}$ (D) $\frac{1319}{1320}$

(B)30. 請問 99.7%信賴區間的長度是 95%信賴區間長度的多少倍？

- (A) 2 (B) 1.5 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

(B)31. 如右圖所示，頂點落在圓上的正 16 角星，試問落在圓內部的交點有多少個？

- (A) 32 (B) 64 (C) 80 (D) 128



(A)32. 試問有多少種（彼此不全等）的三角形，它有兩個邊的邊長為 3 公分、4 公分且有一個角是 60° 度？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(C)33. 甲、乙、丙三支足球隊踢進了最後三強決賽，總決賽採“單循環”，即每兩隊都要比賽一場。比賽雖然結束了，但記錄表中的空白處有些資料尚未登錄，試依據「已登錄的部分資料」，判讀下列何者不真？

球隊	比賽場數	勝	負	平	總進球數	總失球數
甲	2	2				1
乙	2			1	2	4
丙	2			1	3	7

- (A) 甲勝乙 (B) 甲勝丙 (C) 丙勝乙 (D) 甲進球總數為 7 球

(D)34. 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n}{1^2 + n^2} + \frac{n}{2^2 + n^2} + \dots + \frac{n}{n^2 + n^2} \right] = ?$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{e}$ (C) 1 (D) $\frac{\pi}{4}$

- (C)35. 已知矩形紙片和平行四邊形紙片同底等高，若將紙片左右兩邊黏貼，分別捲成直圓柱，請問下列有關這兩個直圓柱的敘述，何者為真？
- (A) 形狀不同、體積不等 (B) 形狀不同、但體積相等
(C) 形狀相同、體積相等 (D) 形狀相同、體積不相等

- (D)36. 根據下面『一般』銳角三角形的公設：

公設 1：『一般』的銳角三角形不是直角三角形

公設 2：『一般』的銳角三角形不是等腰三角形

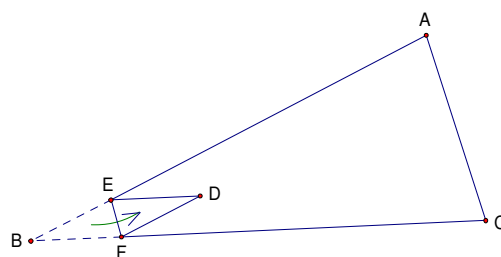
公設 3：兩角相差不到 15 度時，兩角看成相等

試問這樣的『一般』銳角三角形有多少個呢？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 無限多

- (D)37. 將 $\triangle ABC$ 的 $\angle B$ 向內摺疊，使 B 點落在 D 點， \overline{EF} 為摺痕，如圖所示：已知 $\angle A = 80^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ ， $\angle AED = 25^\circ$ ，則 $\angle DFC = ?$

- (A) 20° (B) 25°
(C) 30° (D) 35°



- (C)38. 平面 $x + y + z = 2$ 截球面 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$ 於一圓，則此圓的面積是多少？

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) π

- (C)39. 設 A、B 都是 U 的子集合， $A' = U - A$ ， $B' = U - B$ 。若 $A \subset B$ ，則下列哪一個集合一定是空集合？

- (A) $A \cap B$ (B) $A' \cap B$ (C) $A \cap B'$ (D) $A' \cap B'$

- (B)40. 有一邊長分別為 a 和 b 的矩形，且知 $b > a$ 。若甲矩形是將 a 的長度增加 20%，b 的長度減少 20%，乙矩形是將 a 的長度減 20%，b 的長度增加 20%，那麼下列哪一個敘述正確？

- (A) 甲周長較乙周長大 (B) 甲周長較乙周長小
(C) 甲面積變較原矩形大 (D) 甲面積較乙面積小

97 台北縣略解

1. [高二] $C_2^4 \times 3^2 \times (-2)^2 = 216$
2. [高一]因式分解成 $(2^x - 4)(3^x - 1) = 0, x = 2, 0$
3. [高一]因為 $0.9 > 0.5 > 0 > -0.1 \Rightarrow (0.8)^{0.9}$ 最小
4. [高一]必通過(0,1)且與 x 軸不會有交點，選(A)
5. [高一](A)0.125 (B)5 (C) $\log 5$ (D)1
6. [高一] $\sec 45^\circ = \sqrt{2} > \sec 40^\circ = a > \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$
7. [高一] $\overline{BC} = \sqrt{10}, \sin \angle ABC = \frac{1}{\sqrt{10}}$
8. [高二]想像一個沙漏，沒通過頂點的狀況就是拋物線或雙曲線。
9. [高二]開口朝左， $4c = \left| -\frac{1}{2} \right|$ ，所以準線為 $x = \frac{1}{8}$
10. [國三]對稱 y 軸，就是上下型，通過 $(-\sqrt{2}, 1)$ ，代入可得答案為(A)。
11. [高二]略畫圖出來看就知道有四個，每個象限一個。
12. [高二]都說斜率是 2 了，只有(B)
13. [國三]用代的比較快，(A)
14. [高一]可化簡成為 $x^3 - 9x^2 + 23x - 17 = 0$ ，在(1,2)(2,3)(5,6)之間各有一解。
15. [高二] $C_3^7 = 35$
16. [國一] $3000 \times \frac{3}{100} = 90$
17. [國一]xy 成反比，故 x 增加 y 減少。
18. [高一] $\begin{cases} g(x) - f(x) = x^2 + (b-a)x - 1 \\ 2f(x) - g(x) = x[x^2 + 3x + (2b-a)] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-a=3 \\ 2b-a=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-7 \\ b=-4 \end{cases}$
19. [高一] $y = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$ ，所以(A)(B)(D)錯
20. [高一]設 $\overline{AB} = x$ ，則 $\overline{BE} = \frac{x}{\sqrt{3}}, \overline{BD} = x, \overline{BC} = \sqrt{3}x$

$$\frac{600^2 + x^2 - 3x^2}{2 \times 600 \times x} + \frac{400^2 + x^2 - \frac{1}{3}x^2}{2 \times 400 \times x} = 0 \Rightarrow x = 200\sqrt{15}$$
21. [高一邏輯]先假設甲的第一句話是對的，也就是第三名是 E，則名次為(CAEBFD)。
22. [國一] $145 = 128 + 16 + 1 = 2 \times 4^3 + 4^2 + 1 \Rightarrow c = 0$
23. [高二] $C_2^4 = 6$ ，最多 6 個交點，不可能只有 2 個交點，所以選(C)

24. [高一]就無法判定，可能是等差數列(4)，可能是費氏數列(5)。
25. [常識]就 GSP。Mathmatica 用來畫可愛的方程式圖形還不賴。
26. [國小] $\frac{56000}{240 \times 30} \doteq 7.\bar{7}$ ，故選(B)
27. [高一]也是 96 年才出現的題目，應該會轉到第三象限去。
28. [國一]觀念題，比跟比值是不同的東西。兩人都錯。
29. [高一]分項對消法，最後會剩下 $\frac{1}{2}(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{11} + \frac{1}{12}) = \frac{65}{132}$
30. [高三]99.7%是三個標準差，95%是兩個標準差，所以長度是 1.5 倍。
31. [國小]這題很可愛，仔細看會有四層，每層 16 個交點，所以共 64 個。
32. [國三]畫出一個正三角形，邊長為 4，並由頂點以 3 為半徑畫弧交底邊於兩點，其實一點就夠了，與頂點連線，分原來正三角形為兩個三角形，就這兩個三角形了。
33. [高一邏輯]總共比三場，甲兩勝最贏，乙丙各一負一平，但丙失球數較多，所以輸乙。
34. [微積分－黎曼和再三角代換]原式 $= \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{4}$
35. [國小]抄師大附中的，怎麼當年就沒考生去抗議呢？答案是(C)
36. [國二]銳角三角形一定是無限多的啊，沒規定角度要整數的話。
37. [國二] $\angle DEF = \frac{180^\circ - 25^\circ}{2} = 77.5^\circ, \angle DFE = 72.5^\circ, \angle DFC = 35^\circ$
38. [高二]球半徑為 1，球心到該圓圓心距離為 $\frac{|1+1+1-2|}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，
該圓半徑為 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ，該圓面積為 $(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})^2 \pi = \frac{2}{3} \pi$
39. [高一集合論]畫圖出來看比較快，A 在 B 裡面，所以 A 跟(B 的補集)的交集一定是空集合。
40. [國一]周長 $\begin{cases} \text{甲} \Rightarrow (1.2a + 0.8b) \times 2 \\ \text{乙} \Rightarrow (0.8a + 1.2b) \times 2 \end{cases} \Rightarrow \text{乙} > \text{甲} ; \text{面積則兩個相等。}$