

98 學年度南台灣國中教師甄選命題策略聯盟

科目：數學

說明：以下題目共 50 題，為四選一單選選擇題(每題 2 分，共 100 分)

01. 若方程式  $y = \frac{x^3 + ax^2 + bx + 6}{x^2 - x - 2}$  之圖形為一直線的一部份，則  $a + 2b = ?$  (A) 4 (B) 2 (C) 0 (D) -2
02.  $S = \{(x, y) | |2x - 1| + |3y + 1| \leq 6\}$  之面積為 (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24
03. 將二次函數  $y = 2x^2$  的圖形向右平移 3 單位，再向下平移 1 單位，則可得新圖形之函數  
(A)  $y = 2(x - 3)^2 - 1$  (B)  $y = 2(x - 3)^2 + 1$  (C)  $y = 2(x + 3)^2 - 1$  (D)  $y = 2(x + 3)^2 + 1$
04.  $\sqrt[3]{5 + 2\sqrt{13}} + \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{13}} =$  (A) 10 (B) -3 (C) 1 (D)  $\frac{2}{3}$
05. 設  $x, y \in R$ ， $\frac{(x-4)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$ ，則  $2x + y$  之最大值為 (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20
06.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+1}(\sqrt{2x} - \sqrt{2x-1})$  的結果是：(A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (B)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$  (C)  $\sqrt{2}$  (D)  $\infty$
07. 方程式  $\ln(1+x) = 1 + \ln(1-x)$  的解  $x = ?$  (A) 0 (B)  $e$  (C)  $\frac{e-1}{e+1}$  (D)  $\frac{e+1}{e-1}$
08. 設  $y = \tan^{-1}(\sin 2x)$ ，則  $\frac{dy}{dx} = ?$  (A)  $\frac{2\cos 2x}{1 + \sin^2 2x}$  (B)  $\frac{1}{1 + \sin^2 2x}$  (C)  $2\sec^2(\sin 2x) \cdot \cos 2x$  (D)  $\frac{1}{\sec^2(\sin 2x)}$
09. 若  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right); & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$ ，則下列那一項是不正確的？  
(A)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  (B)  $\frac{df}{dx}|_{x=0} = 0$  (C)  $\frac{df}{dx}|_{x=0}$  不存在 (D)  $f(x)$  在  $x = 0$  是連續
10. 曲線  $y = x^5 - 5x^4$  於  $x = c$  有反曲點(inflection point)，則  $c = ?$  (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
11. 若  $k$  為常數，且  $y = e^{kx}$  滿足方程式， $y'' - 4y' + 4y = 0$ ，則  $k =$  (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
12.  $\int_1^2 \left( e^{2x} - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} \right) dx = ?$  (A)  $-\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{3}{4}$  (C)  $\frac{1}{2}(e^4 - e^2 - 1) + 2\ln 2$  (D)  $e^4 - e^2 - 1 + 2\ln 2$
13. 已知  $f(0) = 4$ ， $f(3) = 5$ ， $f'(3) = 6$ 。求  $\int_0^3 xf''(x)dx$  為 (A) -2 (B) 17 (C) 0 (D) 以上皆非
14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{n-1}}{n\sqrt{n}} =$  (A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{4}$
15. 下列級數何者為收斂？(A)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+3}$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3}$
16. 假設  $X$  為連續型隨機變數，且其累積分配函數為  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - \frac{2}{3}e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$  求  $X$  之期望值為 (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{4}$
17. 若  $z_1 = 2 + 3i$ ， $z_2 = 4 - 7i$ ，則  $\frac{|z_1|}{|z_2|} =$  (A)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (B)  $\frac{1}{5}$  (C)  $\sqrt{5}$  (D) 5
18. 以下哪一位數學家因證明「代數基本定理」(Fundamental Theorem of Algebra)而著名？  
(A) 高斯(Gauss) (B) 歐拉(Euler) (C) 費瑪(Fermat) (D) 帕斯卡(Pascal)。
19. 一整數的立方被 7 除的餘數有幾種可能情形？ (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
20. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... 為知名的 Fibonacci 數列，令  $F_n$  代表第  $n$  個 Fibonacci 數，則當  $n$  逼近無窮大時， $\frac{F_{n+1}}{F_n}$  的值逼近下列何者？ (A)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (B)  $\frac{8}{5}$  (C)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$  (D)  $\frac{5}{3}$ 。
21. 以下敘述何者錯誤？ (A) 質數有無窮多個 (B) 集合  $\{n^2 + n + 41 | n \in N\}$  中含有無窮多個質數 (C) 給定兩互質的正整數  $a$  和  $b$ ，則集合  $\{a + nb | n \in N\}$  中含有無窮多個質數 (D) 若  $X, Y, Z$  為正整數，則等式  $X^3 + Y^3 = Z^3$  不可能成立。
22. 在三度空間中，由 (1,0,1)、(3,1,4)、(0,2,9)、(-2,1,6) 四點所圍成的平行四邊形面積為何？  
(A)  $\sqrt{390}$  (B) 21 (C)  $2\sqrt{26}$  (D) 16。
23. 一三角形的三邊長分別為 13、14、15，則此三角形的面積為何？ (A) 82 (B) 84 (C) 86 (D) 88。
24. 在四邊形 ABCD 中， $\angle A = 150^\circ$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$  且邊長  $\overline{AB} = 5\sqrt{3}$ ， $\overline{AD} = 20$ ，則  $\overline{AC} = ?$  (A) 58 (B)  $10\sqrt{31}$  (C)  $10\sqrt{33}$  (D) 60。
25. 有兩公正骰子，今將其中一個骰子的 5 點換成 6 點，而將另一個骰子的 6 點換成 5 點，則同時擲兩骰子一次，其點數和為偶數的機率為何？ (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{4}{9}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{5}{9}$ 。

26.  $(x+2y+3z)^6$  的展開式中， $x^3y^2z$  的係數為何？(A)120 (B)360 (C)640 (D)720。
27. 中山國小五年級今年從他校共轉來 7 位學生，今校方基於人數考量，擬將這 7 位學生編入甲、乙、丙 3 個班級，且每一班級至多只能收 5 位轉學生，試問共有幾種編法？(A)1982 (B)2112 (C)2142 (D)2187。
28. 方程式  $x+1=\log_2 x$  有幾個實數解？(A)0 (B)1 (C)2 (D)3。
29. 令函數  $f(x)=2\sin(3x)$ ，下列敘述何者錯誤？(A) $-2\leq f(x)\leq 2$  (B) $f(x)$  在  $x=\frac{\pi}{6}$  時有最大值  
(C) $f(x)$  的週期為  $\frac{2\pi}{3}$  (D) $f(2)>0$ 。
30. 已知  $a,b,c,d$  為正實數且為等差遞增數列，若  $a,b,d$  為等比數列，則  $\frac{a}{d}$  之值為何？(A) $\frac{1}{12}$  (B) $\frac{1}{6}$  (C) $\frac{1}{4}$  (D) $\frac{1}{3}$ 。
31. 若  $a,b,c$  為實數使得  $a^2+2b=7$ ,  $b^2+4c=-7$ , 且  $c^2+6a=-14$ ，則  $a+b+c=?$  (A)-6 (B)6 (C)8 (D)14。
32. 以下敘述何者錯誤？(A)每一個可逆的  $n$  階方陣皆可被對角化 (B)若一  $n$  階方陣擁有  $n$  個相異的實數特徵值 (eigenvalue)，則此方陣可被對角化 (C)每一個實對稱(real symmetric)的  $n$  階方陣都可被對角化 (D)若一方陣可被對角化，則其特徵值未必相異。
33. 有關無窮級數  $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots$  的敘述何者正確？(A)此為發散級數 (B)此為收斂級數，且其收斂值等於  $(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots)-(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\cdots)$  (C)此為收斂數列，且其收斂值小於  $\frac{5}{6}$  (D)此為收斂數列，但其收斂值並非固定值。
34. 令  $R$  表示圓心為  $(0,0)$ 、半徑為 1 的圓，則  $\iint_R (x^2+y^2+3)dA=?$  (A) $\frac{7}{2}\pi$  (B) $7\pi$  (C) $10\pi$  (D) $20\pi$ 。
35. 設直線  $L$  過點  $(5,4)$  且與過  $(-4,5)$  及  $(4,-5)$  之直線垂直，則直線  $L$  的斜率為 (A) $-\frac{5}{4}$  (B) $-\frac{4}{5}$  (C) $\frac{4}{5}$  (D)1
36. 若連續 7 個整數的和為  $S$ ，則這 7 個數中最大的數為 (A) $\frac{S-14}{7}$  (B) $\frac{S+6}{7}$  (C) $\frac{S+10}{7}$  (D) $\frac{S+14}{7}$
37. 若  $a>0$  則  $\frac{1}{\sqrt{3a}+\sqrt{a}}=?$  (A) $\frac{1}{\sqrt{4a}}$  (B) $\frac{1}{2\sqrt{3a}}$  (C) $\frac{1}{2\sqrt{a}}$  (D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{a}}$
38. 若  $n=20!$  求最大的整數  $k$  使得  $2^k|n$  (A)10 (B)12 (C)15 (D)18
39. 用 120 公尺長的圍籬圍成長方形花園的三邊，另一邊不圍，此花園的最大的面積是多少？  
(A)1200 平方公尺 (B)1800 平方公尺 (C)2400 平方公尺 (D)3000 平方公尺
40.  $n\in N$ ，令  $n^*=n-\frac{n}{3}$ ，若  $(n^*)^*=4$ ，則  $n=?$  (A)6 (B)7 (C)8 (D)9
41. 設有愛滋病反應測試，對患者測試，98%呈陽性反應，而對非患者測試，3%呈陽性反應，已知甲城市愛滋病者占 5%，今在甲城市隨機抽檢一人，經測試呈陽性反應，此市民未患愛滋病之機率為  
(A)35.7% (B)36.7% (C)37.7% (D)38.7%
42.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}=?$  (A)不存在 (B)2 (C)1 (D)0
43.  $xy$  平面上， $A(22,-3)$  及  $B(10,-3)$  在以  $C$  為圓心之圓上，且  $\angle ACB=120^\circ$  則圓的面積為何？  
(A) $12\pi$  (B) $24\pi$  (C) $36\pi$  (D) $48\pi$
44. 若生男孩與生女孩之機率一樣，一個家庭有 3 個小孩，只有一個女孩之機率為何？(A) $\frac{1}{8}$  (B) $\frac{2}{8}$  (C) $\frac{3}{8}$  (D)以上皆非
45. 平面上四點  $(-6,-2)$ ,  $(2,-1)$ ,  $(1,2)$  及  $(a,b)$  形成一菱形，則  $a+b=?$  (A)10 (B)11 (C)12 (D)13
46. 設  $A$  為兩平面  $2x-y+2z=6$  與  $3x-4z=2$  的夾角 (取銳角)，則  $\sin\theta=?$  (A) $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$  (B) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{15}}$  (C) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{15}}$  (D) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{15}}$
47. 本金 200 元，年利率 8%，每半年複利一次，五年期滿共得本利和  $x$  元，已知  $\log 1.04=0.017$ ,  $\log 2=0.3010$ ，則  $\log x=?$  (A)2.4610 (B)2.4710 (C)2.4810 (D)2.4910
48. 若  $0<\theta<\frac{\pi}{2}$  且  $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{5}$ ，則  $\cos\theta=?$  (A) $-\frac{3}{5}$  (B) $\frac{2}{5}$  (C) $\frac{3}{5}$  (D) $\frac{4}{5}$
49. 一袋中有 3 個紅球、5 個白球，從袋中任取兩球，則取得紅球數之期望值為 (A) $\frac{1}{4}$  (B) $\frac{2}{4}$  (C) $\frac{3}{4}$  (D) $\frac{2}{3}$
50. 下列何者  $y$  為  $x$  的函數 (A) $4x-6y^2=20$  (B) $y\sqrt{x^2+1}+x-2=0$  (C) $x^2y^2-4y+x^2=2$  (D) $(x-1)^2+(y-2)^2=4$

98 學年度南台灣國中教師甄選命題策略聯盟釋題說明表  
科目：數學

題次	原答案	新答案	疑義及說明	備註
33	C	送分	無正確選項；(C) 選項須改為”此為收斂 <u>級數</u> ，且其收斂值小於 $5/6$ ”才是正確敘述。	
36	D	送分	正確解答為 $S+21/7$ ，選項中無此答案。	
46	C	送分	題目符號有誤，無正確選項。	
48	D	送分	題目有誤，無正確選項。	
19	B	B	題目及答案皆正確無誤。	
34	A	A	題目及答案皆正確無誤。	
45	C	C	題目及答案皆正確無誤。	
50	B	B	題目及答案皆正確無誤。	

98 學年度南臺灣國中教師甄選命題策略聯盟 數學科 正確答案

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
D	B	A	C	C	B	C	A	C	D
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
B	C	B	C	C	C	A	A	B	C
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
B	A	B	B	B	D	C	A	D	C
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
A	A	送分	A	C	送分	D	D	B	D
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.
B	C	D	C	C	送分	B	送分	C	B

98 南區略解

1. [高一]按題意，表可以約分成一次式，可得  $\begin{cases} 8+4a+2b+6=0 \\ -1+a-b+6=0 \end{cases} \Rightarrow a+2b=-2$
2. [高三] 畫出來會是一個菱形，對角線長為 6,4，面積為  $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ 。
3. [國三]  $y = 2(x-3)^2 - 1$ ，我教學生是用上下左右，正負正負。
4. [高一]令  $k = \sqrt[3]{5+2\sqrt{13}} + \sqrt[3]{5-2\sqrt{13}} \Rightarrow k^3 = 10 + 3k \cdot (-3) \Rightarrow k^3 + 9k - 10 = 0$   
 $(k-1)(k^2 + k + 10) = 0 \Rightarrow k = 1$
5. [高二]科西不等式， $25 = (4^2 + 3^2)[(\frac{x-4}{2})^2 + (\frac{y-2}{3})^2] \geq (2x-8+y-2)^2$   
 $5 \geq 2x+y-10 \geq -5, 15 \geq 2x+y \geq 5$
6. [微積分]有理化分子，原式  $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{2x} + \sqrt{2x-1}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
7. [高一]  $\ln \frac{1+x}{1-x} = 1 = \ln e \Rightarrow x = \frac{e-1}{e+1}$
8. [微積分]  $\tan y = \sin 2x, \sec^2 y dy = 2 \cos 2x dx, \frac{dy}{dx} = \frac{2 \cos 2x}{\tan^2 y} = \frac{2 \cos 2x}{1 + \sin^2 2x}$   
 有背公式的話，就更快得到答案。
9. [微積分]這題在  $x=0$  時，左極限等於右極限等於 0。所以極限值存在。
10. [微積分]  $\begin{cases} y' = 5x^4 - 20x^3 = 0 \Rightarrow x = 0, 4 \\ y'' = 20x^3 - 60x^2 = 0 \Rightarrow x = 0, 3 \end{cases} \Rightarrow$  反曲點是  $y'' = 0, y' \neq 0$ , 選  $x = 3$
11. [微積分—常微分方程]背公式比較快， $k=2$ 。
12. [微積分—定積分]原式  $= (\frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{x} + 2 \ln|x|) \Big|_1^2 = \frac{1}{2} [(e^4 + \frac{1}{2} + 2 \ln 2) - (e^2 + 1)]$
13. [微積分—分部積分]令  $\begin{cases} u = x, du = dx \\ dv = f''(x)dx, v = f'(x) \end{cases} \Rightarrow \int_0^3 x f'''(x) dx = x f'(x) \Big|_0^3 - \int_0^3 f'(x) dx$   
 $= 3f'(3) - f(3) + f(0) = 17$
14. [微積分—黎曼和]原式  $= \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}$
15. [微積分](A)P 級數，次數為 1，發散。(B)等比級數， $r > 1$ ，發散。(C)收斂。(D)用  
 根式檢驗法， $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3^n}{n^3}} = 3 > 1$ ，發散。
16. [機統]查來的公式，不要問我為甚麼，我也不會。 $E(x) = \int_0^\infty (1 - F(x)) dx - \int_{-\infty}^0 F(x) dx$   
 $= \int_0^\infty \frac{2}{3} e^{-x} dx = -\frac{2}{3} e^{-x} \Big|_0^\infty = \frac{2}{3}$

17. [高二]  $\frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{65}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$
18. [常識]高斯。
19. [國一]算一下就知道有三種,0,1,6。
20. [高一]可表為  $1+r=r^2, r = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$  (負不合)
21. [高一](B)這個在  $n=1 \sim 40$  都會生出質數，但  $n=41$  就破功了。
22. [高二]可得兩向量  $a=(2,1,3), b=(3,-1,-5)$ ，平行四邊形面積大小為兩向量外積的大小。  
 $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 19^2 + (-5)^2} = \sqrt{390}$
23. [高一]海龍套下去， $\sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$
24. [國二]補成直角三角形，之前應該有做過。但是也可以用正弦定理做，先算出  
 $\overline{BD}^2 = 20^2 + (5\sqrt{3})^2 - 2\cos 150^\circ \times 20 \times 5\sqrt{3} = 775 \Rightarrow \overline{BD} = 5\sqrt{31}$   
 $\overline{AC} = 2R = \frac{\overline{BD}}{\sin 150^\circ} = 10\sqrt{31}$
25. [國三]和為偶數為兩顆同偶與同奇，機率為  $\frac{4}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{4}{9}$
26. [高二]  $\frac{6!}{3!2!1!} \times 1^3 \times 2^2 \times 3 = 720$
27. [高二]任意排列－ $(7,0,0) - (6,1,0) = 3^7 - 3 - 7 \times 3! = 2142$
28. [高一]我還是用畫圖出來看，有就有，沒有就沒有。這題是沒有。
29. [高一](D)錯了。
30. [高一]很想說芭樂的 1,2,3,4 就符合了。解的話， $a + ar^2 = 2(ar)$ 。
31. [國二]三式相加再化簡， $(a+3)^2 + (b+1)^2 + (c+2)^2 = 0 \Rightarrow a+b+c = -6$
32. [線代](A)少一個條件，需有  $n$  個特徵值。
33. [微積分]原本應該是(C)但偏偏級數變數列，所以送分。
34. [微積分－坐標轉換] 令  $\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}, dA = r dr d\theta$   

$$\iint_R (x^2 + y^2 + 3) dA = \int_0^{2\pi} \int_0^1 (r^2 + 3) r dr d\theta = \int_0^{2\pi} \left. \frac{r^4}{4} + \frac{6r^2}{2} \right|_0^1 d\theta = \frac{7}{2} \pi$$
35. [高一]過 $(-4,5)$ 和 $(4,-5)$ 的直線斜率為 $-\frac{5}{4}$ ，所求 $=\frac{4}{5}$
36. [國小]應為 $\frac{S}{7} + 3$ ，不過沒答案，送分。
37. [國二]有理化分母，答案是(D)

38. [高一]用高斯公式， $[\frac{20}{2}] + [\frac{20}{4}] + [\frac{20}{8}] + [\frac{20}{16}] = 18$

39. [國三]設寬為  $x$  公尺，長為  $(120 - 2x)$  公尺，面積為  $x(120 - 2x) = -2(x - 30)^2 + 1800$

40. [國一]唬弄人，明明就乘以  $\frac{2}{3}$ ，所以  $(n^*) = 6, n = 9$ 。

41. [國三]用表格， $\frac{2.85}{2.85 + 4.9} \approx 36.7\%$

		陽性反應	陰性反應
有愛滋	5%	4.9%	0.1%
無愛滋	95%	2.85%	92.15%

42. [高一]展開來分項對消，剩下 1。

43. [高一] $\overline{AB} = 12, 2R = \frac{12}{\sin 120^\circ} = 8\sqrt{3}, \pi R^2 = 48\pi$

44. [國三]易知是  $\frac{3}{8}$

45. [國二]畫圖出來看，可以知道  $(2, -1)(1, 2)$  是對角，所以  $a + b = 12$

46. [高二]送分，也沒答案。

47. [高一] $x = 200(1.04)^{10}, \log x = 2 + \log 2 + 10 \log 1.04 = 2.4710$

48. [高一]送分，在範圍內，給的前提不可能存在。

49. [高二] $E = 2 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$

50. [高一](A)(C)(D)y 都有兩次，所以不是，因為會造成一個  $x$  對到兩個  $y$ 。