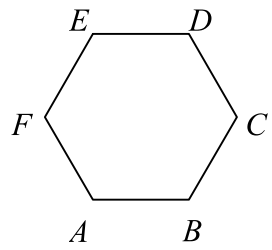
99 學年度南臺灣國中教師甄選命題策略聯盟

科目：數學科　說明：以下題目共 50 題，為四選一單選選擇題（每題 2 分，共 100 分）

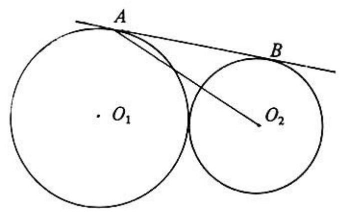
1. 如右圖，$ABCDEF$ 為一正六邊形，則下列向量的內積中，何者最大？

(A) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$　(B) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}$　(C) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AF}$　(D) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BE}$



2. 已知 O_1 和 O_2 的半徑各為 9 cm 及 4 cm，若此兩圓外切且有一條公切線 AB，則 $\overline{AO_2}=$？

(A) $4\sqrt{7}$ cm　(B) $4\sqrt{10}$ cm　(C) 12 cm　(D) $5\sqrt{10}$ cm



3. 計算 $(52+6\sqrt{43})^{\frac{3}{2}}-(52-6\sqrt{43})^{\frac{3}{2}}$ 的值為多少?

(A) 738　(B) 782　(C) 828　(D) 876

4. 設 $f(x)=3x+7$，$g(x)=1-3x$，如果 $f(x+1)=g(x-1)$，那麼 $x=$?

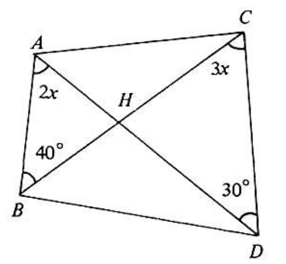
(A) 1　(B) -1　(C) 0　(D) $\dfrac{1}{2}$

5. a,b,c 是三個連續正整數，下列哪個選項恆為正確？

(A) $a+b+c$ 是 2 的倍數　(B) $a+b+c$ 不是 3 的倍數　(C) $a+b+c$ 為奇數　(D) abc 是 6 的倍數

6. 如圖，$\overline{AD}$ 及 $\overline{BC}$ 相交於 H，則 x 的度數是多少度?

(A) 5°　(B) 10°　(C) 15°　(D) 20°



7. $\overline{AB}$ 是圓 O 的一條弦，O 為圓心，且 $\overline{OA}\perp\overline{OB}$。若三角形 OAB 的面積是 18，則此圓 O 的面積是多少？

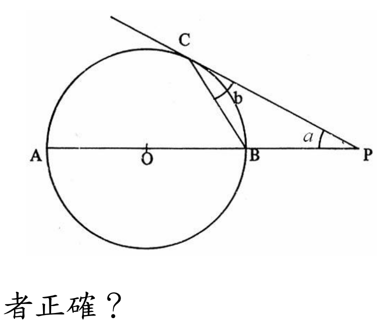
(A) 12π　(B) 18π　(C) 36π　(D) 72π

8. 29^{202} 除以 13 的餘數是多少？

(A) 1　(B) 3　(C) 9　(D) 11

9. 如圖，$\overline{AB}$ 為直徑，$\overline{CP}$ 切圓 O 於 C，下列哪個選項是正確的？

(A) $2a+b=90°$　(B) $a+2b=90°$　(C) $a=b$　(D) $a+b=45°$



10. 設 A 為 n 階方陣且其秩（rank）為 n，已知 $A^2=A$，則下列敘述何者正確？

(A) 滿足此種性質的方陣 A 只有一個，即 $A=I$（單位矩陣）　(B) 滿足此種性質的方陣 A 有二個以上

(C) A^{-1} 有時存在，有時不存在　(D) $A^n=nA$

11. 滿足分式 $\dfrac{5n-23}{n-7}$ 是整數值的整數 n 共有幾個?

(A) 11　(B) 12　(C) 13　(D) 14

12. 若 $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{15}+\dfrac{1}{35}+\dfrac{1}{63}+\dfrac{1}{99}+\dfrac{1}{143}=\dfrac{b}{a}$，其中 a,b 為互質的正整數，則 $a+b=$?

(A) 19　(B) 20　(C) 25　(D) 26

13. 無窮級數$1+2\times(\frac{1}{2010})+3\times(\frac{1}{2010})^2+4\times(\frac{1}{2010})^3+5\times(\frac{1}{2010})^4+\cdots=$？

(A) $(\frac{2009}{2010})^2$　(B) $(\frac{2010}{2009})^2$　(C) $(\frac{2010}{2011})^2$　(D) $(\frac{2011}{2010})^2$

14. 設$f(x)$為實係數四次多項式且其領導係數為1，如果$f(1)=-1, f(-2)=-4, f(3)=-9, f(-4)=-16,$則$f(2)$之值為何？

(A) -28　(B) -20　(C) 4　(D) 20

15. $\frac{d}{dx}\left(\int_0^{2x}\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}dt\right)$在$x=1$之值為何？

(A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$　(B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$　(C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$　(D) $\sqrt{2}$

16. 設θ為一實數，如果$\cos\theta=\frac{1}{3}$，則無窮級數$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos n\theta}{2^n}$之值為何？

(A) $\frac{10}{11}$　(B) 1　(C) $\frac{6}{5}$　(D) 2

17. 方程式$x+y+z=10$的正整數解(x,y,z)共有多少組？

(A) 10　(B) 35　(C) 36　(D) 66

18. 下列敘述中何者恆為正確？

(A)函數$f(x)=\begin{cases}x\sin\frac{1}{x}, x\neq 0\\ 0, x=0\end{cases}$在$x=0$處連續　(B) 函數$f(x)=|x|$在$x=0$處可微

(C)如果級數$\sum_{n=0}^{\infty}a_nb_n$ 收斂，則$\sum_{n=0}^{\infty}a_n$與$\sum_{n=0}^{\infty}b_n$都收斂　(D) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^2}$必為收斂級數

19. 積分$\int_{-\pi}^{\pi}(\frac{\sin x}{1+x^2}+1)dx=$？

(A) 0　(B) $\frac{\pi}{2}$　(C) π　(D) 2π

20. 已知實數x,y滿足條件 $\sin x+\sin y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 與 $\cos x+\cos y=\frac{\sqrt{6}}{2}$，則$\sin(x+y)$之值為何?

(A) 0　(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(D) 1

21. 設a,b,c為正實數，且$a\neq 1, b\neq 1, c\neq 1$，若$\log_a b=3$，則$\frac{\log_a c\cdot\log_c\frac{b}{a}}{\log_c b\cdot\log_{ab}c}-1$之值為何?

(A) 1　(B) $\frac{5}{3}$　(C) 2　(D) 3

22. 設a,b,c,d都是正實數，已知三數$\sqrt{a^2+c^2+d^2+2cd},\sqrt{b^2+c^2},\sqrt{a^2+b^2+d^2+2ab}$可構成一個三角形的三邊長，則此三角形的面積為下列何者?

(A) $\frac{1}{2}(ac+bc+bd)$　(B) $\frac{1}{2}(a+b)(c+d)$　(C) $\frac{1}{2}abcd$　(D) $\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$，其中$s=\frac{1}{2}(a+b+c+d)$

23. 坐標平面上，如果有一條經過原點$(0,0)$且斜率為正的直線切雙曲線 $x^2-(y-1)^2=1$於一點(a,b)，則$\sin^{-1}(\frac{a}{b})$之值為下列何者？

(A) $\frac{\pi}{6}$　(B) $\frac{\pi}{4}$　(C) $\frac{\pi}{3}$　(D) $\frac{\pi}{2}$

24. 設a,b為正實數，且$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，如果$2009a^2=2010b^2$，則$\sqrt{2009a+2010b}=$？

(A) $\sqrt{2009}$　(B) $\sqrt{2010}$　(C) $\sqrt{2009}+\sqrt{2010}$　(D) $\sqrt{4019}$

25. 已知a,b,c為互質的正整數，如$a\log_{200}2+b\log_{200}5=c$，則$a+b+c$=?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

26. 有一圓其圓心為O點，$\overline{AB}$及$\overline{CD}$為二直徑，使得$\overline{AB}\perp\overline{CD}$，過$D$點作$\overline{DE}$交此圓於$E$點，交$\overline{AB}$於$F$點。如果$\overline{DF}=6,\overline{EF}=2$，則$\overline{CE}$=?

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{6}$ (C) $4\sqrt{2}$ (D) 6

27. 正三角形ABC中，令C_1表示其內切圓，且令圓C_2外切於C_1並與邊$\overline{AB}$及$\overline{AC}$相切，則C_1的半徑是C_2半徑的幾倍?

(A) $\sqrt{3}$ (B) 3 (C) $2\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{2}$

28. 計算: $\iint_R \ln(x^2+y^2)dxdy$，其中$R=\{(x,y)\,|\,1\le x^2+y^2\le 4\}$。

(A) 2π (B) 6π (C) $\pi(4\ln 2-\frac{3}{2})$ (D) $\pi(8\ln 2-3)$

29. 已知複數$z=\cos 20°+i\sin 20°$，則$|z+2z^2+3z^3+\cdots+18z^{18}|^{-1}$=?

(A) $\frac{1}{18}\sin 10°$ (B) $\frac{1}{9}\sin 10°$ (C) $\frac{1}{18}\cos 10°$ (D) $\frac{1}{9}\sin 20°$

30. 將$4^{16}5^{25}$乘開後是幾位數？

(A) 27 (B) 28 (C) 29 (D) 30

31. ΔABC中，$\tan\angle BAC=\frac{22}{7}$，過頂點$A$作$\overline{BC}$邊上的高交$\overline{BC}$於$D$點，使得$\overline{BD}=3,\overline{DC}=17$，則$\Delta ABC$的面積為何？

(A) 110 (B) 120 (C) 220 (D) 510

32. 已知可微實值函數$f(x)$滿足條件：對所有實數x，$f(x)+f'(x)\le 1$，與$f(0)=0$，則$f(1)$的最大可能值為多少？

(A) $1-\frac{1}{e}$ (B) 1 (C) $1+\frac{1}{e}$ (D) 2

33. 設a,b,c表三角形之三邊長，若$ab+bc+ca=9$，則滿足此種條件的三角形中，其周長的最小值是多少？

(A) 3 (B) 9 (C) $2\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{3}$

34. 設正五邊形的邊長為2，則其對角線長為多少？

(A) $\sqrt{5}+1$ (B) $2\sqrt{5}-1$ (C) $3+\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{5}-3$

35. 已知$a>0$，$0\le\theta\le 2\pi$，若$\sin\theta+\cos\theta=\frac{a}{6}+\frac{3}{a}$，則$\sin 2\theta$之值為多少？

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

36. 將五個相同的球分給三個小朋友，則其中有一個小朋友沒有分到球的機率是多少？

(A) $\frac{2}{7}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{5}{21}$ (D) $\frac{7}{21}$

37. 求$[(x+y)^2+z]^6$展開後x^5y^5z的係數為多少？

(A) 1742 (B) 1684 (C) 1624 (D) 1512

38. 若拋物線$y=ax^2+bx$與直線$x+y+1=0$及$5x-y-1=0$都相切，則$a-b$之值為多少？

(A) 0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

39. 設(x,y)在單位圓上，則x^2-2y^2的最大值為多少？

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$

40. 設$f(x)=\dfrac{x(x^2-1)(x+2)}{\cos x}$，則$f'(0)$之值為多少？

(A) -2 (B) 0 (C) 4 (D) 不存在

41. 設$f(x)=x^4-4x^3+10$，其中$-13\le x\le 3$，則$\dfrac{d}{dx}(f^{-1}(-6))$之值為多少？

(A) -1 (B) $-\frac{1}{16}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) 4

42. 設$\alpha=\sum_{k=0}^{10}6^k C_k^{10}$，則$\alpha$的個位數字為多少？

(A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 9

43. 直角三角形ABC中，$\angle B$為直角，在$\overline{AC}$上取一點D，在$\overline{AB}$上取一點E，在$\overline{BC}$上取一點F，使得$\overline{AD}=\overline{AE}$且$\overline{CD}=\overline{CF}$，則$\angle EDF$為多少度？

(A) 15° (B) 30° (C) 45° (D) 60°

44. 求$\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\dfrac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+\cdots+\dfrac{1}{64\sqrt{63}+63\sqrt{64}}$之值為多少？

(A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{8}{9}$

45. 設a,b,c為方程式$x^3+x-1=0$的三根，則$a^5+b^5+c^5$之值為多少？

(A) -8 (B) -5 (C) -3 (D) -1

46. 若$a^2-3a+1=0$，則$2a^2-4a-1+\dfrac{6}{1+a^2}$之值為多少？

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6

47. 設三角形之三邊長為正整數a,b,c，且$a\le b<c$，若$b=6$，則滿足此種條件的三角形共有多少個？

(A) 12 (B) 15 (C) 21 (D) 24

48. 設$\{a_n\}$為一等差數列，已知$a_1>0$且$5a_{10}=7a_{13}$。令$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$，則S_n之值為最大時，n為多少？

(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22

49. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\tan^{-1}x}{x\ln(1+x)}$之值為多少？

(A) $-\infty$ (B) ∞ (C) -1 (D) 0

50. 已知三角形三中線長分別為10, 12 ,14，則此三角形的面積為多少？

(A) $32\sqrt{6}$ (B) $30\sqrt{5}$ (C) $36\sqrt{3}$ (D) $40\sqrt{2}$

99 學年度南臺灣國中教師甄選命題策略聯盟(數學科解答)

科目：數學科 說明：以下題目共 50 題，為四選一單選選擇題(每題 2 分，共 100 分)

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	C	B	D	B	C	B	B	A
題號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	B	A	B	A	C	A	C	A	D	C
題號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	B	A	B	C	A	C	B	D	B	B
題號	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
答案	A	A	D	A	D	B	D	B	A	A
題號	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
答案	B	D	C	C	B	B	B	B	D	A

99 南區略解

1. [高一]跟 99 北縣考差不多的觀念，兩向量夾角越小，內積越大。而(A)選項長度又長，角度又小。所以內積會最大。
2. [國三]先算出 $\overline{AB}=12,\Rightarrow \overline{AO_2}=4\sqrt{10}$
3. [高一]直接先去根號，再用乘法公式。

   原式＝ $(\sqrt{43}+3)^3-(\sqrt{43}-3)^3=(3\cdot 43+9)\times 6=828$
4. [高一]按題意去代。 $3x+10=4-3x, x=-1$
5. [高一]可以說是鴿籠原理的應用，答案是(D)
6. [國二] $2x+40=3x+30, x=10$
7. [國三]按題意可知為等腰直角三角形，故 $\frac{r^2}{2}=18\Rightarrow \pi r^2=36\pi$
8. [高一]這種題目也幾乎都會出， $29^{202}\equiv 3^{202}\equiv 3^1\times(3^3)^{67}\equiv 3(\text{mod}13)$
9. [國三]連 $\overline{OC}$ ，再用外角定理，就得到(B)的結果。
10. [線代](A)對， $A(A-I)=0,$ 但由題目知道A不為0矩陣，所以$A=I$
11. [高一] $\frac{5n-23}{n-7}\in Z, \frac{5n-23}{n-7}-5=\frac{12}{n-7}\in Z$ ，而 12 有 12 個正負因數。
12. [國一]分項對消，會剩下 $\frac{1}{2}(1-\frac{1}{13})=\frac{6}{13}\Rightarrow a+b=19$
13. [高一]類似 93 嘉義 19 題，連做兩次等比級數和，結果為(B)
14. [高一]可令 $f(x)=(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)-x^2\Rightarrow f(2)=-28$
15. [微積分]又是第二定理應用，原式＝ $\frac{1\cdot(2\cdot 1)}{\sqrt{1+4\cdot 1^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$
16. [高二]令 $z=\frac{1}{2}(\cos\theta+i\sin\theta)=\frac{1}{2}e^{i\theta}$

    $\frac{1}{1-z}=\sum_{n=0}^{\infty}z^n=\frac{1}{2^n}(\sum_{n=0}^{\infty}\cos n\theta+i\sum_{n=0}^{\infty}\sin n\theta)$

    而 $\frac{1}{1-z}=\frac{1}{1-\frac{1}{2}\cos\theta-\frac{1}{2}i\sin\theta}=\frac{1-\frac{1}{2}\cos\theta+\frac{1}{2}i\sin\theta}{\frac{5}{4}-\cos\theta}$ 取實部＝ $\frac{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{5}{4}-\frac{1}{3}}=\frac{10}{11}$
17. [高二] $H_7^3=C_7^9=36$
18. [微積分](A)對，之前忘了在哪算過。(B)角點，不可微(C)未必，例如 $a_n=\frac{1}{2^n}$ ，但 $b_n=1$ (D)階乘跑得比平方快多了，發散。

19. [微積分]又是騙人的，$\dfrac{\sin x}{1+x^2}$是奇函數，所以很簡單的剩 2π

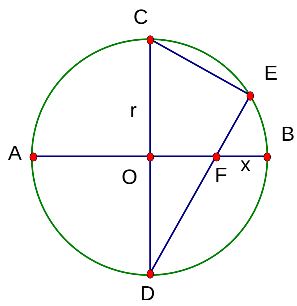
20. [高一] $\begin{cases} \sin x+\sin y=2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow \tan\dfrac{x+y}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \dfrac{x+y}{2}=\dfrac{\pi}{6} \Rightarrow x+y=\dfrac{\pi}{3} \Rightarrow \sin(x+y)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

21. [高一]原式＝$\dfrac{\log_a b-1}{(\dfrac{\log_a b}{1+\log_a b})}-1=\dfrac{3-1}{(\dfrac{3}{1+3})}-1=\dfrac{5}{3}$

22. [國二]可設三頂點坐標為(0,a),(c+d,0),(c,a+b)，有三點坐標就可以用行列式的方式得到面積應為選項(A)。

23. [高二]易知該直線為 $y=\dfrac{b}{a}x$, 代入雙曲線得 $x^2-(\dfrac{b}{a}x-1)^2=1$ 又為切點，故判別式需＝0，故化簡為 $(1-\dfrac{b^2}{a^2})x^2+2\dfrac{b}{a}x-2=0$



$\Rightarrow D=\dfrac{4b^2}{a^2}+8-\dfrac{8b^2}{a^2}=0, \dfrac{b}{a}=\pm\sqrt{2}$(負不合)$\Rightarrow \sin^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\pi}{4}$

24. [高一] $b=\dfrac{a}{a-1}, 2009a^2=2010(\dfrac{a}{a-1})^2, 2009(a-1)^2=2010,$

$a=1+\sqrt{\dfrac{2010}{2009}}, b=1+\sqrt{\dfrac{2009}{2010}}$

$\Rightarrow \sqrt{2009a+2010b}=\sqrt{2009+\sqrt{2009\times 2010}+2010+\sqrt{2009\times 2010}}=\sqrt{2009}+\sqrt{2010}$

25. [高一] $2^a\cdot 5^b=200^c$，又 a,b,c 互質，只有(3,2,1)，所以 a+b+c=6

26. [國三]令 $\overline{BF}=x, \overline{OC}=r$，則易得 $\dfrac{\overline{DF}}{\overline{CD}}=\dfrac{\overline{OD}}{\overline{DE}}$, $r=2\sqrt{6} \Rightarrow \overline{CE}=4\sqrt{2}$

27. [國三]若 c_1 半徑為 1，則 ΔABC 高為 3，
而 c_1 外切的正三角形的高只有 1，所以所求為 3。

28. [微積分－變數變換]原式＝

續 99 南區略解，word 發生了悲劇，不能存檔，只好列印出 pdf，懶得重打了。

28. [微積分－變數變換]原式＝$\int_0^{2\pi}\int_1^2 \ln(r^2)rdrd\theta = \int_0^{2\pi}(2\ln 4-\frac{3}{2})d\theta = \pi(8\ln 2-3)$

29. [高二] $z^{18}=1$, 令所求＝$k, k-kz=\frac{z(1-z^{18})}{1-z}-18z^{19}=-18z, k=\frac{-18z}{1-z}$

$$\frac{1}{|k|}=\frac{|1-\cos 20°-i\sin 20°|}{18}=\frac{2\sin 10°}{18}=\frac{\sin 10°}{9}$$

30. [高一] $4^{16}\cdot 5^{25}=2^7\cdot 10^{25}=128\cdot 10^{25}$，共 3+25 位數。

31. [高一]，令 $\overline{AD}=x$，則 $\tan\angle BAD=\frac{3}{x}, \tan\angle DAC=\frac{17}{x}$

$$\tan\angle BAC=\tan(\angle BAD+\angle DAC)=\frac{22}{7}=\frac{\frac{20}{x}}{1-\frac{51}{x^2}}\Rightarrow(11x+51)(x-11)=0$$

所求面積＝$\frac{1}{2}\times 20\times 11=110$

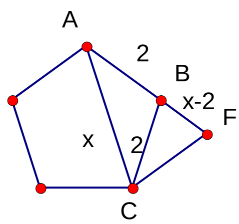
32. [微積分－分離變數] 令 $y=f(x)$, 則 $y+\frac{dy}{dx}\le 1, \frac{dy}{1-y}\le dx, -\ln|1-y|\le x$

$$\ln|1-y|\ge -x\Rightarrow 1-y\ge e^{-x}\Rightarrow f(x)\le 1-e^{-x}\Rightarrow f(1)\le 1-e^{-1}$$

33. [高一]令 $s=a+b+c$，則 $s(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})\ge 9\Rightarrow s\ge abc$，也就是 $s=abc$ 為最小值。

$$a^3+b^3+c^3-3s=s(s^2-27), a^3+b^3+c^3=s^3-24s$$

$$s(s^3-24s)\ge(s^2-18)^2\Rightarrow s\ge 3\sqrt{3}$$



34. [國二]如右圖，延長 $\overline{BF}=\overline{AC}=x$，易得 $\Delta CAF\sim\Delta FCB$

則 $\frac{2}{x-2}=\frac{x}{2}\Rightarrow x=\sqrt{5}+1$

35. [高一]芭樂一點，就當作 $\sin\theta=\frac{a}{6}, \cos\theta=\frac{3}{a}, \sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=1$。

認真做就 $\frac{a^2+18}{6a}\le\sqrt{2}, (a-3\sqrt{2})^2\le 0, a=3\sqrt{2}, \Rightarrow \sin\theta=\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$

36. [高二]隨便拿－只有一人拿－每人都有拿＝$\frac{H_5^3-3H_5^1-H_2^3}{H_5^3}=\frac{4}{7}$

37. [高二]有四種元素，滿足的有 $(x^2, 2xy, y^2, z)=(0,5,0,1)(1,3,1,1)(2,1,2,1)$

$\frac{6!}{5!}\cdot 1\cdot 2^5+\frac{6!}{3!}\cdot 2^3+\frac{6!}{2!2!}\cdot 2=192+960+360=1512$

38. [國三]$\begin{cases} ax^2+(b+1)x+1=0 \\ ax^2+(b-5)x+1=0 \end{cases}$的判別式皆為 0，故$(b+1)^2=4a=(b-5)^2$

$\begin{cases} a=\frac{9}{4} \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a-b=\frac{1}{4}$

39. [高二]單位圓： $x^2+y^2=1,\Rightarrow x^2-2y^2=1-3y^2\le 1$

40. [微積分] $f'(0)=\frac{-1\times 2}{\cos 0}=-2$

41. [微積分－反函數] $f(2)=-6,$令$g(x)=f^{-1}(x), g(-6)=2$， $f(g(x))=x$

$f'(g(x))\cdot g'(x)=1\Rightarrow f'(g(-6))\cdot g'(-6)=f'(2)\cdot g'(-6)=1, f'(2)=-16, g'(-6)=-\frac{1}{16}$

42. [高二]二項式定理，原式＝$7^{10}\equiv 9(\text{mod}10)$

43. [國二]$\begin{cases} \angle ADE=\frac{180°-\angle A}{2} \\ \angle CDF=\frac{180°-\angle C}{2} \end{cases} \Rightarrow \angle EDF=45°$

44. [國二]有理化分母再分項對消，原式＝$\sum_{n=1}^{63}(\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}})=1-\frac{1}{\sqrt{64}}=\frac{7}{8}$

45. [高一]$\begin{cases} a+b+c=0 \\ ab+bc+ca=1 \\ abc=1 \\ a^2+b^2+c^2=-2 \\ x^5=x^2-x^3=x^2+x-1 \end{cases} \Rightarrow a^5+b^5+c^5=-2+0-3=-5$

46. [國二]原式＝$6a-2-4a-1+\frac{6}{3a}=2a+\frac{2}{a}-3=6-3=3$

47. [國小]對 a 從 6→2 慢慢地表列，可以得到 c 有 5+4+3+2+1=15 種。

48. [國二]$5a_1+45d=7a_1+84d, 2a_1=-39d,$
$\Rightarrow$表示a_n可以撐到第20項才變負的$\Rightarrow$對S_n有變大的功能。

49. [微積分]羅必達，原式＝$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\frac{1}{1+x^2}}{\ln(1+x)+1-\frac{1}{1+x}}=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x+\frac{2x}{(1+x^2)^2}}{\frac{1}{1+x}+\frac{1}{(1+x)^2}}=0$

50. [高二]套公式＝$\frac{4}{3}\sqrt{18\cdot 8\cdot 6\cdot 4}=32\sqrt{6}$