

# 國立高師大附中 100 學年度代理教師甄選數學本科專業筆試試題

作答說明：不需依題號順序作答，但需標示題號，每題皆為須寫出做法，否則不予計分。

- 試求  $\left[ \sqrt{2011 \times 2010 \times 2009 \times 2008 + 1} - (2009)^2 \right]^{2011}$  的個位數字。(8%)      **Ans : 2**
- 若  $n$  是大於  $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^6$  的最小整數，試求  $n$  之值。(8%)      **Ans : 2365**
- 已知  $a, b \in N$ ，且  $3^a + 81 = b^2$ ，試求  $a + b$  之值。(8%)      **Ans : 23**
- 設  $a_1, a_2, \dots, a_{10} \in N$ ，試求  $\frac{(a_1^2 + 1)(a_2^2 + 1) \cdots (a_{10}^2 + 1)}{a_1 a_2 \cdots a_{10}}$  的最小值。(8%)      **Ans : 1024**
- 已知  $f(3) = 10$ ， $\forall n \in N$ ， $f(n+4) = \frac{f(n)-1}{f(n)+1}$ ，試求  $f(2011)$  之值。(8%)      **Ans :  $-\frac{1}{10}$**
- 若  $S = \frac{1}{\frac{1}{429} + \frac{1}{430} + \cdots + \frac{1}{499} + \frac{1}{500}}$ ，則  $S$  的小數點後第一位數字為多少？(9%)      **Ans : 4**
- 將分數  $\frac{n}{120}$  約分為最簡分數，其中  $n$  為小於 120 的正整數。請問共有多少個不同值的最簡分數，使得它的分子為一位數？(9%)      **Ans : 44 個**
- 質數  $P_3$  是一個三位數，它的數碼和為  $P_2$ ，且  $P_2$  是一個二位數的質數；而  $P_2$  的數碼和為  $P_1$ ，且  $P_1$  是一個大於 2 的質數。請問滿足上述條件所有可能的  $P_3$  為何？(說明：數字 589 的數碼和為  $5+8+9=22$ ) (8%)      **Ans : 599、977、797、887**
- 在十進位制中，有兩個二位數  $\overline{aa}$ 、 $\overline{bb}$  滿足  $(\overline{aa})^2 + (\overline{bb})^2 = \overline{aabb}$ ，則  $\overline{aabb} = ?$  (8%)      **Ans : 8833**
- 已知  $P$  為正方形  $ABCD$  內一點，且  $\overline{PA} = 1$ ， $\overline{PB} = 3$ ， $\overline{PC} = \sqrt{7}$ ，則正方形  $ABCD$  的面積 = ? (9%)      **Ans : 送分**
- 已知  $\triangle ABC$  的三條中線長為 7, 8, 9，則  $\triangle ABC$  的面積 = ? (8%)      **Ans :  $16\sqrt{5}$**
- 如右圖，在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 425$ ， $\overline{BC} = 450$ ， $\overline{CA} = 510$ ， $P$  為  $\triangle ABC$  內一點， $\overline{DE}, \overline{FG}, \overline{HI}$  都過  $P$  點，且分別平行  $\overline{AC}, \overline{BC}, \overline{AB}$ ，若  $\overline{DE} = \overline{FG} = \overline{HI} = d$ ，則  $d = ?$  (9%)      **Ans : 306**

