教育部受託辦理 102 學年度公立高級中等學校教師甄選

數學科 試題

請注意：本試題共兩部分，選擇題 12 題及綜合題 2 大題，共計 100 分。**選擇題請用 2B軟心鉛筆在答案卡劃記，綜合題請用藍色或黑色鋼筆或原子筆在答案卷上作答**。本科不可以使用電子計算器。

第一部分：選擇題（共 40 分）

一、單選題：(每題 3 分，共 24 分)

(D) 1. 坐標平面上定點A（$\frac{4}{5}$，2），直線L：y=－6與拋物線Ω：x^2=8y。若點P在Ω上變動，求$\left|d(P,L)-\overline{AP}\right|$的最大值 (A)$\frac{21}{5}$ (B) $\frac{22}{5}$ (C)$\frac{23}{5}$ (D)$\frac{24}{5}$ 。

(B) 2. 高斯符號 [x]，表示不大於x的最大整數值。試求$\left[\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{2012}\right]$的個位數字 (A)6 (B)7 (C)8 (D)9 。

(A) 3. f(x)為三次多項式且f(2010)=1，f(2011)=9，f(2012)=9，f(2013)=9求f(2014)=？ (A) 17 (B) 18 (C)19 (D)20。

(A) 4. 有五組 X與 Y的數據資料如下：

X	7	8	9	10	11
Y	11	12	10	8	9

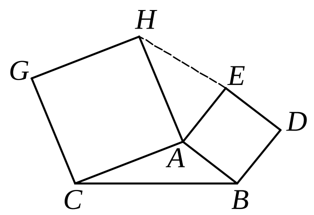
試求X與Y的相關係數 (A)－0.8 (B)－0.6 (C)－0.4 (D)－0.2。

(A) 5. 將12345化為 $a\times 9^4+b\times 9^3+c\times 9^2+d\times 9^1+e\times 9^0$，其中$a,b,c,d,e\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$，則 $a+b+c+d+e=$？ (A)25 (B)26 (C)27 (D)28。

(B) 6. 設 z 為一複數，$|2z-i|=|z-2i|$ 的解集合，在複數平面上所有點構成之圖形為何？ (A)兩直線 (B)圓 (C)拋物線 (D)雙曲線。

(C) 7. 將桌上一長方形 $ABCD$ 沿著對角線 $\overline{AC}$ 摺起，使平面 ABC 與平面 ACD 互相垂直，已知 $\overline{AB}=\sqrt{7}$，$\overline{BC}=\sqrt{2}$，則空間中 $\overline{BD}$ 長為 (A) $\frac{\sqrt{18}}{2}$ (B)$\frac{\sqrt{28}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{53}}{3}$ (D)$\frac{\sqrt{45}}{3}$ 。

(C) 8. 在右圖△ABC 中，已知 $\overline{AB}=5$，$\overline{AC}=6$，$\overline{BC}=7$，四邊形 $ACGH$ 與 $ABDE$ 均為正方形，則 $\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{BE}=$ (A)$6\sqrt{6}$ (B)$12\sqrt{6}$ (C)$24\sqrt{6}$ (D)$36\sqrt{6}$ 。



二、複選題：(每題 4 分，全對才給分，共 16 分)

(BD) 9. 甲、乙、丙三人組隊參加校外的數學競賽，題目共分為三類：

(1)團體賽：共 10 題，每題 4 分，三人同作一份試卷，但須分配作答，不能討論。

(2)接力題：由三人接力作答，前一人答對，後面一個人才能作答，三人皆答對才給 36 分。

(3)討論題：三人同解一個困難題，答對給 24 分。

已知甲、乙、丙的答對率分別為$\frac{3}{4}$、$\frac{2}{3}$、$\frac{1}{2}$，則下列敘述何者正確？ (A)團體賽中若甲分配4題，乙分配3題，丙分配3題，則得分的期望值為36分 (B)接力賽時得分高低與選手順序無關 (C)討論題此三人得分的期望值為18分 (D)若討論題解對，則此題由甲獨立解出的機率為$\frac{3}{23}$ 。

(BC) 10. 已知$a=(3^{50}+3^{-50})^3$，且$\log 2=0.3010$，$\log 3=0.4771$，$\log 7=0.8451$，則下列何者正確？ (A)展開後a的第一個數字為5 (B)展開後a的小數點前第1個數字是6 (C)a的整數部分，有72位數 (D)展開後a的小數點後第72位開始不為零。

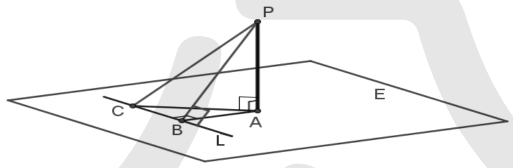
(BD) 11. 一複數$\omega=\cos\frac{2\pi}{9}+i\sin\frac{2\pi}{9}$，則下列何者正確？(A)$\omega^{2010}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ (B)$\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4$ 的實部為$-\frac{1}{2}$ (C)$\omega+\omega^3+\omega^5+\omega^7$ 的虛部為0 (D)$(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^3)\cdots(1-\omega^8)=9$ 。

(BCD) 12. $\frac{27^{100}}{5^{200}}=a_n a_{n-1}\cdots a_1.b_1 b_2\cdots b_m$，$\forall a_i, b_j$ 均為阿拉伯數字，其中 a_1 與 b_1 中間的.為小數點，意即小數點左邊為整數部分，小數點右邊為小數部分，又 $a_n \neq 0$，$b_n \neq 0$，則下列選項何者正確？ (A) $n=3$ (B) $m=200$ (C) $a_n=2$ (D) $b_m=6$ 。

第二部分：綜合題（共 60 分）

一、填充題(每格 4 分，共 28 分)

1. 如下圖已知 $\overline{PA}\perp E$ 且 $\overline{AB}\perp L$ 同時 $\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=3$，$\overline{PC}=13$，求 $\overline{PA}=$____12____。



2. 有一長度為 5 的線段 $\overline{AB}$，在其中取一點 P，使 $\overline{AP}$ ： $\overline{BP}=2:3$，若 A 在 $y-1=0$ 上移動，B 在 $x+1=0$ 上移動，則 P 點的軌跡方程式為____$\frac{(x+1)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$____。
3. 一個二位數字，其十位數字的兩倍大於個位數字的三倍，且個位數字加 4 後大於十位數字的兩倍，又個位數字不為 0，則此二位數為____21____。
4. 從原點沿著球面 $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z=0$ 上，到點 $A(1,1,-2)$ 之最短弧長距離為何?____$\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$____。
5. 多項式 $\left(x+\frac{2}{x}+2\right)^5$ 的常數項係數為____592____。
6. 設六邊形 $ABCDEF$ 中，各內角相等，已知 $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{EF}=1$ 且 $\overline{BC}=\overline{DE}=\overline{FA}=x$，設△$ACE$ 的面積是此六邊形面積的 70%，則所有可能的 x 之和為____6____。
7. 已知 $0<r<b$，則圓 $C: x^2+(y-b)^2=r^2$ 內部繞 x 軸旋轉一周 $360°$ 所得的旋轉體的體積為____$2b\pi^2 r^2$____。

二、計算証明題(每題 8 分，共 32 分)

1. 敘述並證明：空間中三垂線定理。
2. 請證明 $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1$ 。
3. 設三相異平面 $E_1: x+y+az=0$，$E_2: 2x-ay+z=3$，$E_3: 3x+y+3z=6$

   (1)若 E_1，E_2，E_3 相交於一直線時，$a=$？ (2)若 E_1，E_2，E_3 兩兩相交三條兩兩平行的直線時，$a=$？
4. 設邊長為 a 的正七邊形的對角線中，最長為 x，最短為 y，試證：$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{a}$ 。