

# 新北市立高中職 102 學年度教師聯合甄選

## 數學科目試題

### 一、選擇題：(每題 3 分，共 5 題，計 15 分)

1. 下列哪個整數不能寫成兩個以上的連續整數之和？  
(A) 26 (B) 32 (C) 49 (D) 56
2. 設  $a, b$  為正實數。若  $2^a = 25$ ， $5^b = 16$ ，則  $a+b$  的最小可能值為何？  
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
3. 設  $\vec{v}$  為坐標空間中的非零向量。若  $\vec{v}$  與正  $x$  軸夾  $45^\circ$  角，與正  $y$  軸夾  $60^\circ$  角，則下列哪一個選項可能是  $\vec{v}$  與正  $z$  軸的夾角？  
(A)  $90^\circ$  (B)  $105^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $135^\circ$
4. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。若  $A^{10} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ ，則  $a_{13}$  之值為何？  
(A) 55 (B) 100 (C)  $2^{10}$  (D)  $10!$
5. 已知坐標平面上的兩向量  $\vec{a}, \vec{b}$  所張出的平行四邊形的面積為  $\sqrt{3}$ 。請問由  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}$  所張出的平行四邊形的面積為何？  
(A) 1 (B)  $\sqrt{3}$  (C) 3 (D)  $2\sqrt{3}$

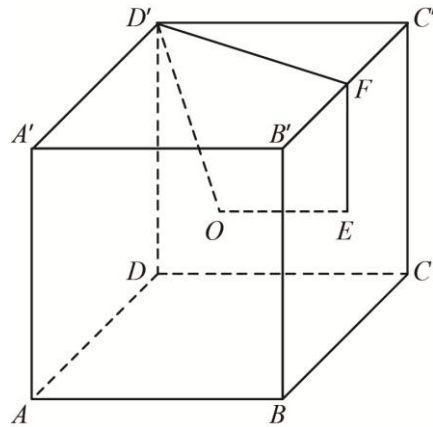
### 二、填充題：(每題 5 分，共 5 題，計 25 分)

1. 在各次項係數皆為 0 或 1 或 2 的多項式函數  $f(x)$  中，有\_\_\_\_\_個函數滿足  $f(2) = 101$ 。
2. 由數字 1，2，3，4，5，6，7 組成七位數，四個奇數中任何三個不全相鄰，問符合條件的七位數共有多少個？
3. 數列

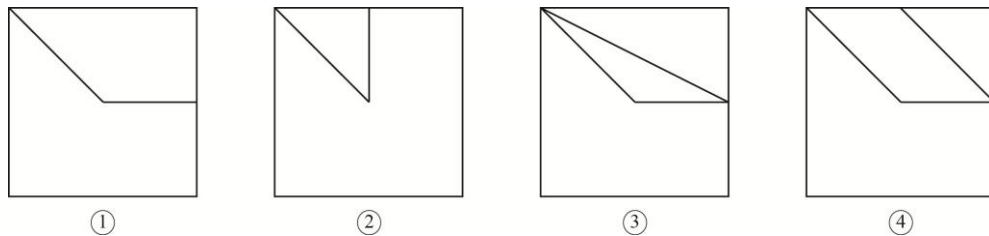
$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{1}{m+1}, \frac{2}{m+1}, \dots, \frac{m}{m+1}, \dots$$

的前 40 項的和為何？

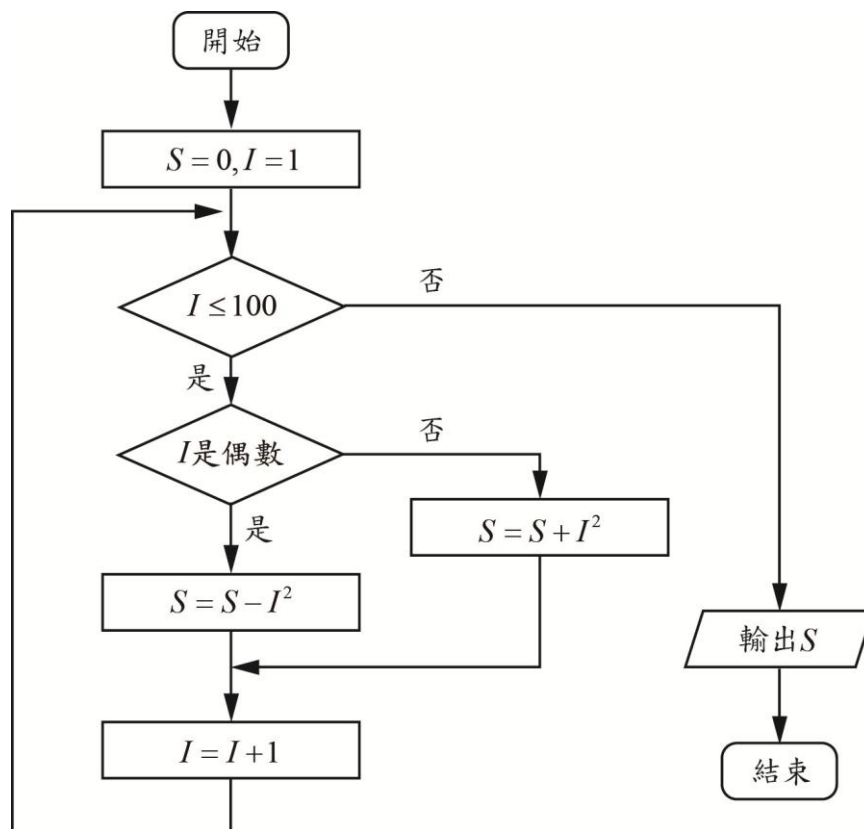
4. 如下圖，點為正方體的中心，點為面的中心，而點為線段的中點：



問：空間中，四邊形在該正方體的六個面上的投影可能出現在下列哪些序號裡？



5. 如下圖，電腦程序框圖（算法流程圖）的輸出值  $S$  為何？



**三、計算題：(共 4 題，計 60 分)**

1. 袋中有黑、白球各一顆，每次從袋中任取一球，取出的球不放回，但再放進一顆黑球，令  $a_n$  為第  $n$  次取到黑球的機率。

(1) 寫出  $a_n$  的遞迴關係式。(10 分)

(2) 求  $a_n$  的一般式。(10 分)

2. 已知有  $n$  個任意的正方形紙片，證明：可以用剪刀把它們剪開，然後組拼成一個新的正方形。(10 分)

3. 某系舉辦系徽設計比賽，入圍決選的有四件作品，由 10 名學生代表進行不記名投票，每人投兩票，且兩票須投不同作品。在沒有廢票的情況下，試問：

(1) 四件作品的得票情形共有幾種？(10 分)

(2) 得票數最高的作品恰有一件的票數分佈有幾種？(10 分)

4. 試求所有滿足以下不等式的正整數  $(a, b, c)$ ： (10 分)

$$\frac{41}{42} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < 1$$