

基隆市 96 學年度市立高中國中部暨國民中學新聘教師聯合甄選「數學科」試題

注意事項：

1、請核對答案卷上准考證號碼是否正確。

2、每題均為單選題，請選出一個正確答案或最佳答案；每題 4 分，答錯不倒扣，總分 100 分。

一、單選題：

1. 下列 6 個多項式中，有幾個是 $x^7 - x$ 的因式？

$x^2 + x + 1$, $x^2 - 1$, $x^2 - x$, $x^3 - 1$, $x^4 + x^2 + 1$, $x^4 + x$

(A) 3 個 (B) 4 個 (C) 5 個 (D) 6 個

2. 有 n 個拾元銅板，若每 5 個一堆，則剩 4 個；若每 6 個一堆，則剩 3 個；若每 8 個一堆，則剩 7 個。已知銅板不超過 100 個，則銅板個數 n 滿足下列哪一個範圍？

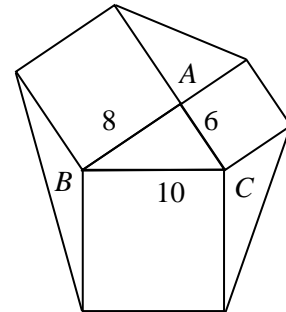
(A) $n < 20$ (B) $20 \leq n < 40$ (C) $40 \leq n < 60$ (D) $60 \leq n < 100$

3. 方程式 $\cos x + \sin x = \frac{1}{2}$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 有幾個解？

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

4. 如右圖，六邊形分成 4 個三角形和 3 個正方形。已知裡面的三角形 ABC 邊長分別為 6, 8, 10。則這 7 個三角形和正方形中有幾個面積為 24？

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4



5. 若 $(a, -19, 11)$ 可寫成 $(1, -2, 3)$ 和 $(1, 3, -1)$ 的線性組合，則 a 的值為何？

(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

6. 定義 $n! = n \cdot (n-1) \cdots 2 \cdot 1$ ，則 $99! + 202$ 與 $100!$ 的最大公因數是多少？

(A) 2 (B) 10 (C) 99 (D) 101

7. 在直角坐標平面上，設 $A(-3, 0)$, $B(7, 0)$ ，以 \overline{AB} 為直徑的圓交 y 軸於 C 點，且 C 在 x 軸的上方。過 C 作此圓的切線交 x 軸於 D 點，則 D 的 x 坐標為何？

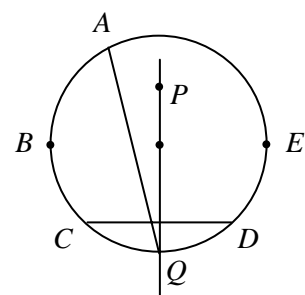
(A) $-\frac{21}{2}$ (B) $-\frac{15}{2}$ (C) $-\frac{25}{3}$ (D) $-\frac{19}{3}$

8. 設拋物線 $x^2 + (m+5)x + 7m+3 = 0$ 與 x 軸交於 A 、 B 兩點。設 A 的 x 坐標為 a ， B 的 x 坐標為 b ，其中 $a < 0 < b$ 。若 $\overline{OA} : \overline{OB} = 3 : 5$ ， O 為原點，則 $b - a$ 的值為何？

(A) 4 (B) 9 (C) 13 (D) 16

9. 在右圖的圓中，已知弧 ABC 為 120° ，弧 AED 為 160° 。直線 PQ 為 \overline{CD} 的垂直平分線且交圓於 Q ，則 $\angle AQP$ 是幾度？

(A) 5°
(B) 10°
(C) 15°
(D) 20°



10. 關於函數 $f(x) = x + \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$, 下列哪個敘述是正確的?

- (A) $f(x)$ 有一個相對極大值和一個相對極小值.
(B) $f(x)$ 沒有相對極大值和相對極小值.
(C) $f(x)$ 有一個相對極大值, 但沒有相對極小值.
(D) $f(x)$ 沒有反曲點.

11. 將 $(1 + \sqrt{3}i)^8$ 展開後的乘積與下列何者相等?

- (A) $64 - 64\sqrt{3}i$ (B) $-64 + 64\sqrt{3}i$ (C) $-128 + 128\sqrt{3}i$ (D) $128 - 128\sqrt{3}i$

12. 若函數 $f(x) = (x+1)^{\cot x}$ 在 $x=0$ 連續, 則 $f(0)$ 應定義為下列哪一個?

- (A) $f(0) = 0$ (B) $f(0) = e^{-1}$ (C) $f(0) = e^{\frac{1}{2}}$ (D) $f(0) = e$

(選項中 e^x 為自然指數)

13. 在極坐標中, 方程式 $r = \csc \theta (\csc \theta + \cot \theta)$ 的圖形為何?

- (A) 一個雙曲線 (B) 一個橢圓 (C) 一個拋物線 (D) 一個心臟線

14. 已知下列兩個方程組有相同的解 (x, y, z, u) , 則 a 的值為何?

$$\begin{cases} x + 2y - z - u = -5 \\ 4y - z - 2u = -11 \\ z - 2u = -5 \end{cases}, \quad \begin{cases} x + y + au = -6 \\ bx - y - z - u = 1 \\ 3x - y - z = c \end{cases}$$

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

15. 已知直線 $L: \begin{cases} 2x + y + 3z = -1 \\ -10x + 2x - z = -3 \end{cases}$ 及平面 $\Omega: x + 4y - 2z = 2$, 則直線 L 與平面 Ω 的關係為何?

- (A) L 平行於 Ω (B) L 在 Ω 上 (C) L 垂直於 Ω (D) L 與 Ω 相交但 L 不垂直 Ω

16. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} * & a & b \\ * & * & * \\ * & * & c \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 且 $A^2 - AB = I$, 則 $a + b + c$ 的值是多少?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

17. 在直角坐標平面上, 兩直線 $y = x$ 和 $y = 2x$ 所夾銳角的平分線之斜率為何?

- (A) $1 + \sqrt{2}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{10} + 1}{3}$ (D) $\sqrt{2}$

18. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ 的逆矩陣為 $\begin{bmatrix} a & * & * \\ * & b & * \\ * & * & c \end{bmatrix}$, 則 $a + b + c$ 的值是多少?

- (A) -3 (B) 0 (C) 2 (D) 3

19. 29^{202} 除以 13 的餘數是多少?

- (A) 1 (B) 3 (C) 9 (D) 11

20. 設直線 $L: \frac{x-2}{a} = \frac{y-3}{b} = \frac{z-6}{c}$ 平行於平面: $x+3y-2z-5=0$, 且 L 與另一直線 $M: \frac{x-2}{5} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-2}{8}$ 相交,

則 $a:b:c$ 等於下列哪一個?

- (A) 5:3:2 (B) 5:1:4 (C) 3:-2:1 (D) 3:-1:-2

21. 設 f 為從 $\{1, 2, 3, 4\}$ 映至 $\{1, 2, 3, 4\}$ 的函數, 滿足 $f(f(x)) = f(x)$, 則這樣的函數共有幾個?

- (A) 13 (B) 30 (C) 41 (D) 52

22. 設 f 為從實數集合映到正實數集合的函數, 滿足: 對於每一個實數 x, y 都有 $f(x+y) = f(x)f(y)$, 則下列敘述何者是正確的?

甲、 f 為一對一函數;

乙、 f 為映成函數;

丙、對於每一個實數 x , 都有 $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$;

丁、對於每一個整數 n , 都有 $f(n) = (f(1))^n$.

- (A) 僅丙正確; (B) 僅丁正確; (C) 僅丙、丁正確; (D) 甲、乙、丙、丁都正確.

23. 若方程組 $\begin{cases} x+2y-2z-4w=0 \\ x-y-3z+2w=0 \\ x-3y+4z+6w=0 \\ x+y-z+kw=0 \end{cases}$ 有異於 $(x, y, z, w) = (0, 0, 0, 0)$ 的解, 則 k 的值為何?

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

24. 設 $ABCD$ 為平行四邊形, 向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, P 在 \overline{AB} 上且 $\overline{AP}:\overline{PB} = 3:2$. 設 \overline{BD} 與 \overline{CP} 交於 Q . 令向量

$\overrightarrow{PQ} = s\vec{a} + t\vec{b}$, s, t 為實數, 則 (s, t) 為下列哪一個?

- (A) $(\frac{4}{7}, \frac{2}{7})$ (B) $(\frac{3}{7}, \frac{2}{35})$ (C) $(\frac{4}{7}, \frac{12}{17})$ (D) $(\frac{4}{35}, \frac{2}{7})$

25. 積分 $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$ 的值為何? ($\ln x$ 為自然對數)

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) ∞