

准考證號碼：

姓名：

※ 注意：請務必於右欄填寫「准考證號碼」及「姓名」

## 一、填充題（每格 9 分，共 54 分）

1. 已知一正實數數列
- $\langle a_n \rangle$
- 為等比數列，且滿足
- $a_1 \cdot \log a_1 + a_2 \cdot \log a_2 + a_3 \cdot \log a_3 + \cdots + a_{2014} \cdot \log a_{2014} = 1$
- ，

$$a_1 \cdot \log a_{2014} + a_2 \cdot \log a_{2013} + a_3 \cdot \log a_{2012} + \cdots + a_{2014} \cdot \log a_1 = 2，則$$

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2014}) \cdot \log(a_1 a_2 a_3 \cdots a_{2014}) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

Ans：3021

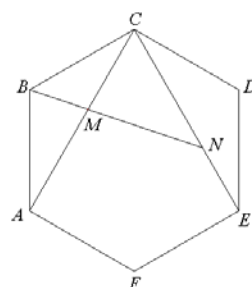
2. 已知平面上三點
- $O(0,0), A(0,3), B(n,0)$
- ，其中
- $n \in N$
- ，若
- $\triangle OAB$
- 的內切圓半徑為
- $r_n$
- ，外接圓半徑為
- $R_n$
- ，

$$則 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{R_n r_n}{R_n + r_n} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

Ans： $\frac{3}{2}$ 

3. 如右圖，
- $M, N$
- 兩點分別在正六邊形
- $ABCDEF$
- 的對角線
- $\overline{AC}$
- ，
- $\overline{CE}$
- 上，

$$且 \frac{\overline{AC}}{\overline{AM}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CN}} = t。若 B, M, N 三點共線，則  $t = \underline{\hspace{2cm}}。$$$

Ans： $\sqrt{3}$ 

4. 已知
- $L$
- 為過原點
- $O$
- 與
- $x$
- 軸正向夾角為
- $\theta$
- 的直線，對於點
- $P$
- 對直線
- $L$
- 作垂線的垂足
- $P'$
- 稱為
- $P$
- 對
- $L$
- 的投影。已知「對
- $L$
- 作投影」的作用可表示成一個線性變換
- $T$
- ，若代表
- $T$
- 的二階方陣為
- $A$
- ，則

$$A^{103} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$Ans：\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

5. 點
- $P$
- 在圓
- $C: x^2 + (y-4)^2 = 16$
- 上，其圓心為
- $A$
- ，定點
- $B(0,7)$
- ，若
- $\angle APB = \theta$
- ，則
- $\sin 2\theta$
- 的最大值 =
- $\underline{\hspace{2cm}}。$

Ans：1

6. 給定一個
- $5 \times 5$
- 的方格紙，用黑、紅兩色為每個方格隨機上色，每個格子為黑色或紅色的機率相等，試問在恰好有 4 個黑色方格的條件下，所有黑色方格均相鄰的機率為
- $\underline{\hspace{2cm}}。$
- 註：兩方格相鄰是指兩方格共用一條邊，三方格均相鄰是指兩方格相鄰並與第三個方格共用一條邊，依此類推。

Ans： $\frac{114}{6325}$