國立竹北高中 103 學年度第 1 學期第 1 次教師甄選 數學科試題

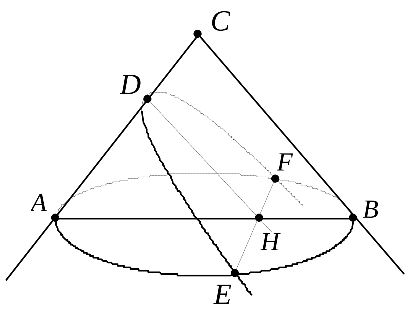
※ 填充題

(答對題數 1~10 題者，每題 7 分；答對題數 11 題以上者，每題 6 分)

1. 甲、乙各自任意寫出一個二位數，若甲寫的數比乙寫的數大，且甲的個位數大於乙的個位數，則所有可能的情形有_______種。

2. 一袋中有 4 紅球、5 白球、6 黑球，今自袋中每次取出一球後不放回，直到所有球全部取出為止，試問黑球較紅球及白球先取完的機率為_______。

3. 如右圖，有一圓錐 C-AB，其頂點為點 C，底圓一直徑為 $\overline{AB}$，$\overline{CA}=\overline{CB}$。今在 $\overline{CA}$ 上取一點 D，過 D 作 $\overline{DH}//\overline{CB}$ 交 $\overline{AB}$ 於 H；又過點 H 作 $\overline{EF}\perp\overline{AB}$ 交底圓於點 E、F，若 $\overline{CD}=12$，$\cos\angle ACB=\dfrac{-1}{3}$，則平面 DEF 在圓錐 C-AB 之側錐面上所截得之拋物線的正焦弦長為______。



4. 在以 O 為原點的直角坐標平面上，區域 D 由不等式組 $\begin{cases}4x-y\le 7\\3x-4y\ge -11\\x+3y\ge 5\end{cases}$ 所決定，若 $M(x,y)$ 為 D 上的動點， 點 A 的坐標為(4, 3)，則 $z=\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ 的最大值為____。

5. 設△ABC 是邊長為 8 的正三角形， Q 為 $\overline{BC}$ 邊的中點。若 P 在 $\overline{AC}$ 邊上移動，求 $\overline{PB}$ 與 $\overline{PQ}$ 兩線段長之和的最小值______。

6. 求極限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n}}(1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dots+\dfrac{1}{\sqrt{n}})$ 之值______。

7. 設直線$\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ x+2y+z-2=0 \end{cases}$，在平面$E:5x-y-2z=8$上之正射影為直線

$L:\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-p}{m}=\dfrac{z-q}{n}$，求$p+q+m+n$之值______。

8. 設曲線$y=x^3-3x^2$及一點$P(1,14)$，過P作此曲線之切線，求此切線與曲線所圍區域面積______。

9. 設 n 個數值：x_1，x_2，x_3，…，x_n的算術平均數為 10，標準差為 2，則

$-2x_1^2+3,-2x_2^2+3,\cdots,-2x_n^2+3$的算術平均數為______。

10. 設$0\le x\le 4\pi$, 則方程式$\cos x-\sqrt{3}\sin x=0.7$ 的所有實根和為______。

11.設a為實數,若空間中三直線L_1:$\begin{cases} x+ay=1 \\ 2y+az=0 \end{cases}$,$L_2$:$\begin{cases} 2y+az=0 \\ ax+4z=1 \end{cases}$,$L_3$:$\begin{cases} ax+4z=1 \\ x+ay=1 \end{cases}$，

沒有共同交點，則$a=$ ______。

12.設x的函數$f(x)=\int_x^{x+1}(t)(t-1)(t+1)\,dt$，當$x\le 0$時，$f(x)$的最大值 =______。

13.已知方程式 $x^4+3x^3+x^2-5x-12=0$ 其中有兩根的乘積等於 -4 ，

試解此方程式______。

14.設△ABC的三邊長為a、b、c，且a、b、c為方程式$x^3-14x^2+62x-88=0$的三根， 求△ABC的面積為________。

15.若將n個球任意分配到三個箱中,求分配後空箱子個數的期望值為________。