

# 新北市 103 學年度國民中學正式教師甄選試題

科目：數學科

准考證號碼：\_\_\_\_\_

## — 考生作答說明 —

- 一、請核對答案卡科目、准考證號碼是否與准考證內容相符，如果不符，請立即向監試人員反應。
- 二、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 三、請使用黑色2B鉛筆於「答案卡」上畫記作答，切勿使用修正液(帶)，以免無法判讀。
- 四、答案卡與試卷須一起繳交，始可離開試場。
- 五、請務必填上准考證號碼。

科目：數學科

選擇題：共 40 題，每題 2.5 分，共 100 分

- (C) 1. 三邊長都是整數且內切圓的面積為  $25\pi$  的所有直角三角形中，面積的最大值為何？  
(A) 17 (B) 150 (C) 330 (D) 420
- (B) 2. 已知某等腰梯形有一內切圓，若梯形面積為 20 且一腰長為 5，則此內切圓面積為何？  
(A)  $3\sqrt{2}\pi$  (B)  $4\pi$  (C)  $3\pi$  (D)  $2\sqrt{2}\pi$
- (A) 3. 若  $ABCD$  是一圓內接四邊形， $\overline{AD} = 9$ ，且  $\angle ABD = 60^\circ$ ， $\angle CBD = 45^\circ$ ，則  $\overline{CD} = ?$   
(A)  $3\sqrt{6}$  (B)  $5\sqrt{2}$  (C)  $4\sqrt{3}$  (D)  $4\sqrt{2}$
- (D) 4. 坐標平面中，若直線  $y = x - k$  與圓  $x^2 + y^2 - 4x = 5$  相交，則  $k$  不可能 是下列哪一個數？  
(A) 2 (B)  $2\sqrt{3}$  (C)  $4\sqrt{2}$  (D) 7
- (B) 5. 若正整數  $n$  恰有 18 個正因數，則  $n$  的所有正因數的乘積為何？  
(A)  $n^{12}$  (B)  $n^9$  (C)  $n^6$  (D)  $n^3$
- (C) 6. 若某五個數的算術平均數為 12，加入三正數  $x, x, y$  後，這八數的算術平均數為 14，則  $xy$  的最大值為何？  
(A) 169 (B) 182 (C) 338 (D) 364
- (B) 7. 若  $[a]$  表示不大於  $a$  的最大整數，則  $\left[ \sqrt{9 \times 168^2 - 5 \times 168 - 170} \right]$  之值為何？  
(A) 501 (B) 502 (C) 503 (D) 504
- (A) 8. 若空間中三平面  $ax + by + z = 1$ ， $by + cz = 2$ ， $ax + cz = 3$  恰相交於一點，則下列哪一個選項恆正確？  
(A)  $c \neq \frac{1}{2}$  (B)  $c \neq -\frac{1}{2}$  (C)  $a = 0$  (D)  $b = 0$
- (C) 9. 下列哪一組整數數對  $(p, q)$  滿足  $(5^2 + 7^2)(4^2 + 9^2) = p^2 + q^2$ ？  
(A) (12, 88) (B) (13, 87) (C) (17, 83) (D) (18, 82)
- (A) 10. 分裝一批蘋果，蘋果的個數不超過 2000 個。若每盒 36 個，則會剩下 12 個，若每盒 40 個，則會剩下 32 個，那麼這批蘋果有幾種可能的個數？  
(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

- (D) 11. 從  $1, 2, 3, \dots, n$  這  $n$  個正整數中，刪除 4 的倍數及 6 的倍數後剩下 76 個數，則  $n$  之值為何？  
(A) 111 (B) 112 (C) 113 (D) 114

- (B) 12. 若  $x, y$  都是正數，且  $x + y = 2$ ，則  $\sqrt{x} + 2\sqrt{y}$  的最大值為何？  
(A)  $\sqrt{5}$  (B)  $\sqrt{10}$  (C)  $2\sqrt{3}$  (D)  $3\sqrt{2}$

- (A) 13. 函數  $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 13} - \sqrt{x^2 + 4x + 5}$  的最大值為何？  
(A)  $\sqrt{26}$  (B)  $3\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{28}$  (D)  $\sqrt{29}$

- (D) 14. 若函數  $f(x) = (x+1)^3(2x-1)^4$ ，則極限  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h) - f(1)}{h} = ?$   
(A) 76 (B) -76 (C) 152 (D) -152

- (B) 15. 無窮級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\overbrace{33 \dots 3}^{n \text{ 個 } 3}}{10^{2n-1}} = 0.3 + 0.033 + 0.00333 + \dots$  的和為何？  
(A)  $\frac{120}{297}$  (B)  $\frac{100}{297}$  (C)  $\frac{91}{297}$  (D)  $\frac{1}{3}$

- (A) 16. 若  $i = \sqrt{-1}$  且  $(1+x)(1+3x)(1+5x) \dots (1+103x)$  展開式中一次項  $x$  的係數為  $k$ ，則  $i^k = ?$   
(A) 1 (B)  $i$  (C) -1 (D)  $-i$

- (C) 17. 設  $A, B$  兩圓外離，其半徑分別為 3 與 8，內公切線分別切兩圓於  $C, D$  兩點， $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  交於  $E$  點，且  $\overline{AE} = 5$ 。試問  $\overline{CD}$  之長是多少？  
(A) 12 (B) 13 (C)  $\frac{44}{3}$  (D) 10

- (D) 18. 若將拋物線  $y = x^2 - 4x + 7$  對直線  $y = 3$  鏡射後，所得圖形的方程式  $y = ax^2 + bx + c$ ，則  $a + b + c = ?$   
(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

- (B) 19. 極限  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{x-y-1}{\sqrt{x-y}-1}$  之值為何？  
(A) 0 (B) 2 (C)  $\frac{5}{2}$  (D) 3

- (D) 20. 若實數值函數  $f(x)$  滿足對所有的  $x > 0$  ,  $3f(x) + f(\frac{2014}{x}) = 2x$  , 則  $f(2) = ?$   
 (A)  $\frac{2002}{3}$  (B)  $\frac{1001}{4}$  (C)  $-\frac{2002}{3}$  (D)  $-\frac{1001}{4}$
- (C) 21. 已知一梯形  $ABCD$  的兩底長分別為 4 及 8 , 兩腰長分別為 5 及  $\sqrt{17}$  , 則  $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = ?$   
 (A) 104 (B) 105 (C) 106 (D) 108
- (D) 22. 關於拋物線  $\Gamma: y = x^2$  的圖形, 下列哪一個敘述是正確的?  
 (A) 當  $a^2 + 4b > 0$  時, 直線  $y = ax + b$  的圖形與  $\Gamma$  不相交  
 (B) 對數  $y = \log x$  的圖形與  $\Gamma$  相交  
 (C) 指數  $y = 2^x$  的圖形與  $\Gamma$  恰有兩交點  
 (D) 函數  $y = x^3 - 1$  的圖形與  $\Gamma$  相交
- (B) 23. 若  $P$  為雙曲線  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$  上的一點, 則點  $P$  到兩條漸近線的距離乘積之最大值為何?  
 (A)  $\frac{2}{5}$  (B)  $\frac{4}{5}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{5}{6}$
- (C) 24. 若  $ABCD$  是一平行四邊形,  $\overline{AB} = 5$  ,  $\overline{BC} = 7$  , 且  $\angle BAC = 60^\circ$  , 則此平行四邊形的面積為何?  
 (A)  $10\sqrt{6}$  (B)  $15\sqrt{6}$  (C)  $20\sqrt{3}$  (D)  $26\sqrt{3}$
- (A) 25. 下列哪一組數可以形成鈍角三角形的三邊長?  
 (A)  $\sqrt{3}, 2, 3$  (B)  $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{10}$  (C)  $\sqrt{3}, \sqrt{5}, 3\sqrt{2}$  (D)  $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$
- (D) 26. 三邊長為 6, 8, 10 的直角三角形  $ABC$  , 其斜邊上的高將  $\triangle ABC$  分成兩個小三角形, 則這兩個小三角形的內切圓之半徑比為何?  
 (A) 8 : 7 (B) 7 : 6 (C) 5 : 4 (D) 4 : 3
- (A) 27. 滿足方程式  $8^x = 3(4^x - 2^x + 3)$  的解  $x = ?$   
 (A)  $\log_2 3$  (B)  $\log_3 2$  (C)  $\log_3 4$  (D)  $\log_2 5$
- (B) 28. 下列的大小關係式中, 哪一個不等式是正確的?  
 (A)  $\log |2 - \sqrt{3}| > \log |1 - \sqrt{3}|$  (B)  $(\sqrt{5})^{\sqrt{3}} > (\sqrt{3})^{\sqrt{5}}$   
 (C)  $3^{30} > (\sqrt{2})^{101}$  (D)  $5^{20} > 3^{30}$

- (C) 29. 有多少個正整數  $n$  滿足  $1 \leq n \leq 500$  且  $4n^2 + 11$  是 5 的倍數？  
 (A) 100 (B) 101 (C) 200 (D) 201
- (A) 30. 坐標平面上將點  $(a, b)$  移到  $(3b - a, 3a - b)$  的過程，稱為「一次移動」。若依據同樣的規律，點  $(a, b)$  經過連續五次的移動後會到達點  $(288, -224)$ ，則  $a + b$  之值為何？  
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8
- (D) 31. 將某數  $n$  放大 2 倍再加上 10 後，除以 6 可得到另一數，這樣的過程稱為「一次變換」，若由  $n = 2014$  開始重覆操作這種變換，則最終會最接近以下哪一個數？  
 (A)  $\frac{9}{4}$  (B)  $\frac{8}{3}$  (C)  $\frac{7}{3}$  (D)  $\frac{5}{2}$
- (C) 32. 設圓  $A$  與圓  $B$  的半徑分別為  $a$  與  $b$ ，其中  $a > b$  且兩圓的連心線長為  $c$ 。若方程式  $x^2 - 2ax + ac = b(c - b)$  有兩實根，則下列敘述何者正確？  
 (A) 兩圓外離 (B) 兩圓外切 (C) 兩圓相交 (D) 兩圓內離
- (B) 33. 若  $a < b < c$  為三正整數滿足  $\frac{1}{a} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{abc} = \frac{37}{90}$ ，則  $a + b + c = ?$   
 (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18
- (D) 34. 若方程式  $x^2 - 6x - a = 0$  有兩個小於 5 的相異實根，則下列何者是  $a$  的範圍？  
 (A)  $-9 < a < 0$  (B)  $-9 < a$  (C)  $-5 < a < 0$  (D)  $-9 < a < -5$
- (C) 35. 在正三角形  $ABC$  內部任取一點  $D$ ，則  $\triangle ABD$  面積  $> \triangle ACD$  面積且  $\triangle ABD$  面積  $> \triangle BCD$  面積的機率為何？  
 (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}$
- (A) 36. 設某等差數列共有  $n$  項，若此數列前三項的和為 10，末三項的和為 50，且此數列的總和為 180，則此數列共有多少項？  
 (A) 18 (B) 15 (C) 12 (D) 9
- (C) 37. 投擲一粒公正的骰子兩次，若第一次出現的點數為  $a$ ，第二次出現的數字為  $b$ ，則直線  $by - ax = 1$  的斜率小於 1 的機率為何？  
 (A)  $\frac{5}{18}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{5}{12}$  (D)  $\frac{1}{2}$
- (B) 38. 有兩個同心圓，若大圓的圓周上有 6 個點，小圓上的圓周上有 3 個點，則這 9 個點至少可以畫出多少條直線？  
 (A) 25 條 (B) 21 條 (C) 18 條 (D) 15 條

- (D) 39. 若兩質數  $p, q$  滿足  $2p^2 + 3q = 47$ ，則以  $p + q - 3$ ,  $q - 8$ ,  $2p + q - 4$  為邊長的三角形為何種三角形？  
(A) 等腰三角形 (B) 鈍角三角形 (C) 銳角三角形 (D) 直角三角形
- (A) 40. 不等式  $8^x - 4^{x+1} + 2^x + 6 \leq 0$  解的範圍為何？  
(A)  $1 \leq x \leq \log_2 3$  (B)  $0 \leq x \leq 1$  (C)  $1 \leq x \leq 2$  (D)  $1 \leq x \leq \log_2 5$

新學網  
數學  
補習  
網  
卷