

桃園縣 103 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學】試題卷

※注意事項：1、答案請畫在答案卡上，如寫在試題卷上一律不計分。

2、作答完畢，請將試題卷及答案卡一併交回。

3、本試題卷共 2 頁。

單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案（共 25 題，每題 4 分，合計 100 分）

1. 滿足 $n^{200} < 5^{300}$ 的最大整數為何？

- (A) 10 (B) 11
(C) 12 (D) 13

2. 設 R 為圓盤 $x^2 + y^2 \leq a^2$ ，則 $\iint_R e^{-x^2-y^2} dx dy = ?$

- (A) $\pi(1 - e^{-a^2})$ (B) π
(C) πe^{-a^2} (D) $1 - e^{-a^2}$

3. 設 $N = 100! = 2^k \cdot 3^m \cdot P$ ， P 與 6 互質，則 $(k, m) = ?$

- (A) (99, 50) (B) (97, 45)
(C) (97, 48) (D) (95, 48)

4. 設 $A = 11^7 - 10 \cdot 11^6 - 12 \cdot 11^5 + 9 \cdot 11^4 + 23 \cdot 11^3 - 13 \cdot 11^2 + 30 \cdot 11 + 2$ ，則 $A = ?$

- (A) 90 (B) 80
(C) 70 (D) 以上皆非

5. 設 $a, b \in R^+$ 且 $\log_7 a = 11, \log_7 b = 13$ ，則 $\log_7(a+b)$ 之值最接近何者？

- (A) 24 (B) 15
(C) 14 (D) 13

6. 在 $\sum_{k=1}^{10} (1+x^2)^k$ 的展開式中， x^6 項的係數為何？

- (A) 280 (B) 300
(C) 330 (D) 360

7. 一等差數列的前 n 項之和為 100，前 $3n$ 項之和為 1200，則前 $2n$ 項之和為何？

- (A) 650 (B) 500 (C) 540 (D) 700

8. 將 1、2、3、4、5、6、7 任意排列，則 1 排在 2、3 前面的機率為何？

- (A) $\frac{4}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$
(C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$

9. 某公司有 100 名員工，其年資平均為 10 年，標準差為 3 年；月薪平均為 5 萬元，標準差為 2 萬元。設年資與月薪的相關係數為 0.6，則月薪對年資的回歸直線為何？

- (A) $y = 0.6x + 2$ (B) $y = 0.4x + 1$
(C) $y = 0.6x + 3$ (D) $y = 0.4x + 2$

10. 設 $f(x) = x \cos x$ ，函數曲線 $y = f(x)$ 在 $x = \pi$ 的附近的增減性與凹性為何？

- (A) 遞增凹口向上 (B) 遞增凹口向下
(C) 遞減凹口向上 (D) 遞減凹口向下

11. 化簡 $\frac{1}{\sin \theta + 1} + \frac{1}{\cos \theta + 1} + \frac{1}{\tan \theta + 1} + \frac{1}{\cot \theta + 1} + \frac{1}{\sec \theta + 1} + \frac{1}{\csc \theta + 1}$ 結果為？

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

12. 若圓 C 與兩定圓 $C_1: (x-5)^2 + y^2 = 16$, $C_2: (x+5)^2 + y^2 = 4$ 相內切，求 C 的圓心軌跡方程式？

- (A) $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{24} = 1$ (B) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{1} = 1$
(C) $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{24} = 1$ (D) $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{1} = 1$

13. 三顆相同的蘋果，四根相同的香蕉，五顆相同的水梨，分給甲乙丙三人，每人至少得 1 的方法有幾種？

- (A) 1252 (B) 1873
(C) 2372 (D) 2793

14. $L_1: \frac{x-11}{4} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+7}{-1}$, $L_2: \frac{x+5}{3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-6}{-2}$ 求直線 L_1 與 L_2 的距離？

- (A) $\sqrt{78}$ (B) $\sqrt{82}$
(C) $\sqrt{84}$ (D) $\sqrt{86}$

15. 設 $x, y, z \in \mathbb{R}^+$, $x + y + z = 4$, 當 $x = a, y = b, z = c$ 時, $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z}$ 有最小值。求 a 值？

- (A) 1/3 (B) 2/3
(C) 4/3 (D) 5/3

16. 若 $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 0$ 且 $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$ 。求 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma$ 之值？

- (A) 1/2 (B) 0
(C) 1 (D) 3/2

17. 解方程式 $x^2 - (3 - 2i)x + (5 - 5i) = 0$, 設答案為 $x = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, 則 b 值可能為？

- (A) -2 (B) -3
(C) 2 (D) 3

18. 令 $a = \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 \\ 3 & 9 & 27 & 81 \\ 4 & 16 & 64 & 256 \end{pmatrix}$, 求 a 的正因數個數？

- (A) 16 (B) 18
(C) 20 (D) 22

19. 令 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 。若 $A^3 + aA^2 + bA + cI = \mathbf{0}$,

其中 a, b, c 為實數, $I, \mathbf{0}$ 為 3 階單位矩陣和零矩陣, 求 b 值？

- (A) -1 (B) -2
(C) -3 (D) -4

20. 設 $f(x) = (x + 1)^{100} + x \sin x + \sec x$, 則 $f'(0)$ 為何？

- (A) 0 (B) 100
(C) π (D) $-\pi$

21. 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^5} + \frac{2^4}{n^5} + \dots + \frac{n^4}{n^5} \right)$ 為何？

- (A) 1/5 (B) 1/6
(C) 1/7 (D) 1/8

22. S 為曲線 $y = 1 - x^2$ 與 x 軸所圍成之區域, 求 S 繞 y 軸後所形成的物體的體積？

- (A) 16π (B) $\pi/2$
(C) $e^{2\pi}$ (D) 1

23. 設 $f(x, y) = (x^2 + y^2)/2$, 函數 f 在點 $(1, 1)$ 沿著方向 $(1, 2)$ 的方向導數為何？

- (A) $2/\sqrt{3}$ (B) $1/\sqrt{2}$
(C) 3 (D) $3/\sqrt{5}$

24. 由空間中的三向量 $(1, 1, -2)$, $(2, -1, 1)$ 與 $(1, -2, -2)$ 所張開的平行六面體體積為何？

- (A) 15 (B) 23
(C) 3 (D) 7

25. 考慮聯立方程式 $\begin{cases} 2x + y + 3z = 2 \\ x + 3y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = 1 \end{cases}$, 這個方程式的解為

以下何種情形？

- (A) 無解
(B) 只有唯一解
(C) 所有的解構成一直線
(D) 所有的解構成一平面