

103 學年度中區縣市政府教師甄選策略聯盟

國中數學科試題

選擇題（每題 2 分，50 題，共 100 分）

1. A 廟和 B 廟擁有相同的 62 首籤詩，某甲分別在兩間廟各抽一支籤，試問某甲抽中的兩支籤剛好相同的機率為何？
① $\frac{1}{62^2}$ ② $\frac{1}{62 \times 61}$ ③ $\frac{61}{62^2}$ ④ $\frac{1}{62}$
2. 從一個 10 人的俱樂部，選出一位代表，一位幹事和一位會計，且均由不同人擔任，如果 10 人中 A 君和 B 君不能同時被選上，那麼總共有幾種選法？
① 672 ② 612 ③ 576 ④ 834
3. 將紅、黃、藍、綠 4 顆球全部分給大雄、小夫、胖虎三人，已知胖虎至少分得 1 顆球，求共有多少種分法？
① 32 ② 65 ③ 81 ④ 108
4. 從 $1, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^9$ 這 10 個數中任選 5 個相異的數字相加，所得的總和共有幾種可能值？
① 10^5 ② 5^{10} ③ $\frac{10!}{(5!)^2}$ ④ $\frac{10!}{5!}$
5. 袋中有 3 個不同紅球，5 個不同白球，今自袋中隨機取球，一次取一球，取後放回，共取兩次，恰為一紅球一白球的機率為何？
① $\frac{15}{64}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{15}{56}$ ④ $\frac{15}{28}$
6. 設 A、B、C 為同一樣本空間中的三事件，且樣本空間的元素個數為有限個，則下列敘述何者正確？
① 若 A、B 為獨立事件，且 $P(A \cap B) = P(A)$ ，則 A 必為空事件
② 若 A、B 為獨立事件，則 A 與 $A \cap B$ 亦獨立
③ 若 A、B 為互斥事件且 A、B 均不為空事件，則 A、B 必不為獨立事件
④ 若 A、B、C 兩兩互為獨立，則 A、B、C 三事件獨立
7. 有某種癌症檢驗方法，患癌症者經此方法檢驗出有癌症的機率為 0.9，沒患癌症者經此方法檢驗出有癌症的機率為 0.01；某地區人口中患有癌症者占 1%，今在此地區任選一人，經此方法檢驗出有癌症，則此人確有癌症的機率為何？
① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{2}{3}$
8. 已知袋子內一號球有 1 個，二號球有 2 個，...，十號球有 10 個，自袋中任取出一球，若取出 n 號球則可得 n 元，則任取一球的期望值為何？
① 5.5 元 ② 7 元 ③ 6.5 元 ④ 8 元
9. 方程式 $x^2 + y^2 = |x| + |y|$ 圖形所圍區域的面積為何？
① $\pi + 2$ ② $\pi + 3$ ③ $\pi + 4$ ④ $\pi + \frac{3}{2}$
10. 連擲一公正骰子三次，第一次出現 x 點，第二次出現 y 點，第三次出現 z 點，則滿足 $x + y + z \leq 8$ 的機率為
① $\frac{13}{54}$ ② $\frac{7}{27}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{8}{27}$
11. 已知 47^{50} 是 84 位數，則 47^{20} 的位數為？
① 34 ② 35 ③ 36 ④ 37
12. 循環小數 $0.\bar{9} = 0.9999\dots$ 和整數 1 之間的關係下列何者正確？
① $0.\bar{9}$ 不存在 ② 無從比較大小 ③ $0.\bar{9}$ 約略小於 1 ④ $0.\bar{9} = 1$
13. 下列何者不是 9 的倍數？
① $1004^3 + 888^3$ ② $1004^3 + 1$ ③ 704254698 ④ 15^{13}
14. 某研究機構發表全球平板電腦的產值預測，未來四年的成長率依序為 80%、50%、0%、20%。依此數據，請問未來四年的「平均成長率」最接近下列那一個選項？
① 25% ② 30% ③ 34% ④ 38%
15. 滿足 $x^3 + y^3 = z^3$ 的正整數解 (x, y, z) 共有多少組？
① 0 ② 1 ③ 2 ④ 無限多組
16. 滿足 $172x + 20y = 1000$ 的正整數序對 (x, y) 有多少組？
① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

17. 已知八位數 $273x49y5$ 是 495 的倍數，求 $x+y$ 的值。
 ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16
18. 已知 z 為複數且 $z + \frac{1}{z} = 1$ ，求 $z^{101} + \frac{1}{z^{101}}$ 之值。
 ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $\sqrt{-1}$
19. 設 m 和 n 均為自然數，已知 m 除以 24 餘數為 20， n 除以 36 餘數為 33，則 m^2n^3 除以 6 之餘數為
 ① 0 ② 2 ③ 3 ④ 4
20. 下面是甲乙丙丁 4 人的敘述：
 甲： $\sqrt{7} - \sqrt{5} > \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 乙： $7 < \sqrt{74} - \sqrt{47} < 8$ 丙： $4 + 3i > 3 + 2i$ 丁：853 是質數
 請問有幾個人敘述正確？
 ① 1 人 ② 2 人 ③ 3 人 ④ 4 人
21. 在三位數中，各位數字相加總和為 25 的共有幾個？
 ① 4 個 ② 6 個 ③ 8 個 ④ 10 個
22. 在 2^{10} 與 2^{11} 之間的 3 的倍數共有多少個？
 ① 339 個 ② 340 個 ③ 341 個 ④ 342 個
23. 二次多項式 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其函數圖形 $y = f(x)$ 通過三點 $(1, -4)$ ， $(2, 3)$ 和 $(-2, 1)$ ，則 $a = ?$
 ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ 1
24. 設 x, y 為實數，且滿足 $23^x = 9$ ， $207^y = 243$ ，試求 $(x+1)(2y-5) = ?$
 ① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7
25. 多項式 $p(x) = x^3 + 3x^2 + ax + 1$ 有 3 個相異實數根，則實係數 a 必須滿足：
 ① $1 < a < 3$ ② $a < 3$ ③ $1 < a$ ④ $1 \leq a \leq 3$
26. 設 $x > 0, y > 0$ ，則 $(x+y)\left(\frac{4}{x} + \frac{9}{y}\right)$ 最小值為？
 ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27
27. 設函數 $f(x) = \frac{2\sin x \cos x + 2(\sin x + \cos x) + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ ，其最大值為 a ，最小值為 b ，則 $a+b = ?$
 ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1
28. 滿足 $|x+1| + |x-2| = \frac{8}{3}$ 的實數 x 有多少個？
 ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0
29. 設 $f(x) = (a+1)x^2 + (b-1)x + c$ ，已知 $f(-3) = f(2) = f(9) = 4$ ，則 $a+b+c = ?$
 ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4
30. 已知 n 為正整數且 $\phi(n)$ 代表不大於 n 且與 n 互質的正整數個數(其中 $\phi(1) = 1$)，則下列敘述何者錯誤？
 ① 若 n 為質數，則 $\phi(n) = n-1$ ② 若 $\phi(n) = n-1$ ，則 n 必為質數
 ③ 若 n 為奇數，則 $\phi(2n) = \phi(n)$ ④ 若 $\phi(n+2) = \phi(n) + 2$ ，則 n 必為質數
31. 求函數 $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 在 $0 \leq x \leq \pi$ 的最大值
 ① 0 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2
32. 設 x, y 為實數，且已知 $3x + 4y = -2$ 。試求 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3$ 的最小值
 ① 2 ② $\frac{16}{25}$ ③ $-\frac{34}{25}$ ④ -2
33. 試求滿足聯立方程組 $\begin{cases} ab+bc=44 \\ ac+bc=23 \end{cases}$ 的正整數序對 (a, b, c) 共有幾組？
 ① 0 組 ② 1 組 ③ 2 組 ④ 4 組
34. 若 $\begin{vmatrix} -2-x & 2 & -3 \\ 2 & 1-x & -6 \\ -1 & -2 & -x \end{vmatrix} = -(x-a)^2(x-b)$ ，則 $b-2a = ?$
 ① -1 ② -7 ③ 11 ④ 13
35. 設 $f(x) = \frac{1}{1 - \frac{5}{5 + \frac{1}{x}}}$ ， $x > 0$ ，則 $f(37.9) - f(24.7) = ?$
 ① 66 ② 67.2 ③ 68 ④ 69.7

