桃園縣 98 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學】試題卷

※注意事項：1. 答案一律畫在答案卡上，如寫在試題卷上不予計分。
2. 作答完畢，請將試題及答案卡一併交回。
3. 本試題共二頁。

一、單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案(共25題，每題4分，合計100分)

1. 設 n 為一個四位數，並設 q、r 分別為 n 除以 1000 的商數及餘數。試問有多少個 n 值使得 $q+r$ 可被 37 整除？
① 5
② 24
③ 243
④ 270

2. 某甲在提款時忘記帳號的密碼，但還是記得密碼的四位數字中有兩個 5、一個 2、一個 6，於是他就用這四個數字排成一個四位數輸入提款機嘗試，試問他只試一次就成功的機率為
① $\frac{1}{4}$
② $\frac{1}{6}$
③ $\frac{1}{12}$
④ $\frac{1}{24}$

3. 底面半徑為 2、高為 8 的直圓柱面上有一條螺旋線，剛好沿著圓柱側面繞圓柱 4 圈從下底面上升到上底面，試問此螺旋線有多長？
① $16\pi+8$
② $\sqrt{256\pi^2+64}$
③ $32\sqrt{5}$
④ 128π

4. 設 $x=\dfrac{1}{\sqrt{4-\sqrt{12}}}$, 求 $\log_{16}(2x^4+x^2-5x+2)$ 之值為？
①$\frac{1}{2}$
②$\frac{1}{4}$
③2
④4

5. 已知 $1+i$ 為方程式 $2x^3-5x^2+6x-2=0$ 之一根，則此方程式其餘之根的和為何？（$\sqrt{-1}=i$）
①$2+i$
②$\frac{1}{2}+i$
③$\frac{3}{2}-i$
④$2-i$

6. 設方程式 $x^8+a_7x^7+a_6x^6+\cdots\cdots+a_1x+a_0=0$ 之解集合為 $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，求 $a_6=$?
①546
②586
③642
④648

7. 若 7^x 為 500! 的因數，則 x 之最大值為何？
① 71
② 72
③ 81
④ 82

8. 令 $P(\overline{B})=1-P(B)$，已知 $P(A)=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{1}{2}$，$P(A\cap B)=\frac{1}{5}$。求 $P(A\,|\,\overline{B})$ =?
①$\frac{4}{15}$
②$\frac{5}{8}$
③$\frac{8}{15}$
④$\frac{3}{8}$

9. 若 $\frac{3}{n^3}+\frac{4}{n^3}+\frac{5}{n^3}+\cdots+\frac{n^3-5}{n^3}+\frac{n^3-4}{n^3}+\frac{n^3-3}{n^3}=60$，則正整數 n 為
① 5
② 11
③ 31
④ 60

10. 設 a 為整數且 $\dfrac{5a+7}{3a+2}$ 也是整數，則 a 的所有可能值的和為?
① 0
② 1
③ 2
④ 3

11. 滿足方程式 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{15}$ 且 $1<x<y$ 的正整數解 (x,y)，共有多少組？
① 1 組
② 2 組
③ 3 組
④ 4 組

12. 設 $\sin\cot^{-1}\sqrt{3}=\tan\cos^{-1}\sqrt{x}$，則 $x=$?
①$\frac{2}{3}$
②$\frac{4}{5}$
③$\frac{\sqrt{3}}{2}$
④$\frac{1}{2}$

13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)\sqrt{n+2}+(n+2)\sqrt{n+1}}$ =？

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$
② 1
③ $2\sqrt{2}$
④ 2

14. 設 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+2}{2n+1}=2$，則 $\lim_{n\to\infty}\frac{2n-a_n}{2n-5}=$？

① -1
② 0
③ 1
④ ∞

15. 從一長方形的角切掉一三角形得到一個五邊形，其邊長由小至大排分別為 8、10、13、15、20 單位。這五邊形的面積為何？

① 252.5
② 260
③ 270
④ 275.5

16. $f(x)=1+|\ln x|$ 在區間 $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$ 上的最大值與最小值的和為

① $2+\ln 2$
② $1+\ln 2$
③ $1+\ln\frac{3}{2}$
④ $2+\ln 3$

17. k 為一實數。若方程式 $2x^2+2kxy+3y^2+5x+4y+6=0$ 代表一雙曲線，則

① $k=\sqrt{6}$
② $k<\sqrt{6}$
③ $k<-\sqrt{6}$ or $k>\sqrt{6}$
④ $-\sqrt{6}<k<\sqrt{6}$

18. 求 $\sum_{k=1}^{100}\cos\frac{k\pi}{4}=$

① 0
② 1
③ -1
④ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

19. $\int_0^{\pi}e^{2x}\cos x dx$ 之值為

① $-(e^{2\pi}-1)$
② $-\frac{1}{2}(e^{2\pi}-1)$
③ $-\frac{2}{5}(e^{2\pi}-1)$
④ $-\frac{2}{5}(e^{2\pi}+1)$

20. 兩曲線 C_1, C_2 的距離為 C_1 上的點與 C_2 上的點的距離的最小值。則拋物線 $y^2=4x$ 及圓 $x^2+y^2-4x+3=0$ 之距離為何？

① 1
② $\sqrt{2}$
③ 2
④ $2\sqrt{2}$

21. 試問下列關於正 20 面體的敘述，哪一個是錯誤的？

①有 12 個頂點
②它的所有頂點會共球面
③以它的頂點為頂點可以產生 15 個黃金矩形
④可以用 20 個正四面體面與面黏合成正 20 面體

22. 通過橢圓 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 上兩點 $(0,-4),(\frac{5\sqrt{3}}{2},2)$ 的直線 L，將橢圓內部分割成兩個區域，試問較小區域的面積為

① $\frac{20\pi}{3}$
② $\frac{25\pi}{3}-\frac{25\sqrt{3}}{4}$
③ $\frac{20\pi}{3}-\frac{25\sqrt{3}}{4}$
④ $\frac{20\pi}{3}-5\sqrt{3}$

23. 設 $P(x,y,z)$ 為 $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-10=0$ 上的點，則 $x-2y+2z+2$ 之最大值為何？

① 3
② 9
③ 15
④ 21

24. 設 $A=\{2,3,4,5,6,7\}$，$B=\{8,9,10\}$，$C=\{11,12\}$。投擲二枚公正的六面骰子一次，若出現的點數和屬於 A，則玩家可獲得 3 元，若出現的點數和屬於 B，則玩家可獲得 4 元，若出現的點數和屬於 C，則玩家可獲得 11 元。假使此一為公平的遊戲，則玩家玩一次遊戲該付多少錢給莊家？

① 4 元
② 5 元
③ 6 元
④ 9 元

25. 設矩陣 $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，求 A^{50}=?

① $\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$
② $\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$
③ $\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}$
④ $\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{bmatrix}$

桃 園 縣 98 年 國 民 中 學 新 進 教 師 甄 選

【 專 門 科 目 ： 數 學 】 試題答案

一、選擇題：（共 25 題, 每題 4 分）									
1	③	2	③	3	②	4	①	5	③
6	①	7	④	8	①	9	①	10	③
11	④	12	②	13	①	14	①	15	③
16	①	17	③	18	③	19	④	20	①
21	④	22	④	23	④	24	①	25	②