

考試序號：

姓名：

※ 注意：請務必於右欄填寫「考試序號」及「姓名」

一、填充題（每格 9 分，共 54 分）

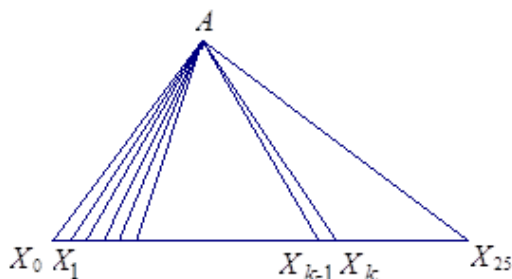
1. 已知 $x^3+6x^2+px-q=0$ 之三根成等差數列，且 $x^3+qx^2-px+1=0$ 之三實根成等比數列，
則數對 $(p, q)=$ _____。

Ans: (16, -16)

2. 設 $f(x)$ 為實係數多項函數且 $f(x) = x^3 \int_1^2 f(x) dx - 21x^2 + 2x \int_1^2 f(x) dx - 20$ ，則 $f(1)$ 的值為_____。

Ans: -5

3. 如圖，三角形 AX_0X_{25} ，已知 $\overline{AX_0}=3$ ， $\overline{AX_{25}}=4$ ， $\overline{X_0X_{25}}=5$ ，且點 X_1, X_2, \dots, X_{24} 依序將斜邊
等分成 25 等分，試求 $\sum_{k=1}^{25} \overrightarrow{AX_{k-1}} \cdot \overrightarrow{AX_k} =$ _____。



Ans: 208

4. 已知空間中有六個點，坐標分別為 (a, b, c) 、 (a, c, b) 、 (b, a, c) 、 (b, c, a) 、 (c, a, b) 、 (c, b, a) ，
若 $a, b, c \in \mathbb{R}$ 且 $a > b > c > 0$ ， $a - c = 103$ 。則此六個點所決定的凸六邊形之周長為_____。

Ans: $309\sqrt{2}$

5. 設 z, w 為複數，若 $\frac{z-5}{z-1} = 3(\cos \frac{23}{18}\pi + i \sin \frac{23}{18}\pi)$ 且 $\frac{w(z-2)}{z-5} = \pi$ ，則複數 w 之主幅角為_____。

Ans: $295^\circ = \frac{59}{36}\pi$

6. 已知集合 $S = \{n | n \in \mathbb{N}, n \leq 104\}$ 。將 S 的所有子集一一寫在不同的紙上，然後將所有寫上子集的紙通通放入箱子中。若每次抽取時每張紙被取中的機會均等，今自箱子中抽取一張紙，紙上的集合為 A ，然後將這張紙放回箱子中，再抽取一張，紙上的集合為 B ，將 $A \subset B$ 且 $A \neq B$ 的事件記為 C ，則機率 $P(C)$ 為_____。

Ans: $\frac{3^{104} - 2^{104}}{4^{104}}$