國立楊梅高中 104 年度第 2 次教師甄選數學科初試試題

一、填充題(每格 5 分, 共 100 分)　答案請寫於答案卷上

1、a, b, c 為三正數, 且滿足 abc(b+c)=5, 則 ab+bc+ca 之最小值____________________

2、已知一球面上有四點 A,B,C,D 且 $\overline{AB},\overline{AC},\overline{AD}$ 兩兩垂直，$\overline{AB}=3,\overline{AC}=4,\overline{AD}=5$，則此球體的體積________

3、設 $<a_n>$ 為一數列, 其中 $a_1=1$ 當 n>1, $a_{2n}=2a_n-1, a_{2n+1}=2a_n+1$, 則 $a_{2^{2015}+1}=$____________________

4、設數列 $<a_n>_{n=1}^{\infty}$ 滿足 $a_1=2, a_2=40, a_3=2000$, 並設 $\dfrac{a_{n+1}}{a_{n-1}}=\dfrac{a_{n+2}+a_{n+1}}{a_{n+1}+a_{n-1}}(n=2,3,4,\cdots)$ 則 $\dfrac{a_{2015}}{a_{2013}\times a_{2014}}=$__________

5、若 f(x)表領導係數為 1 之四次整係數多項式而且 f(1)=5, f(2)=10, f(3)=15, 則 f(8)+f(−4)=_______

6、方程式 $x^2-kx+374=0$ 有二個整數根, 則 k 有____________個可能的值

7、甲乙兩人以”剪刀, 石頭, 布”猜拳, 規定先贏 3 場為勝, 但平手也算猜一次, 則在 5 次猜拳以內能分出勝負的機率為________________

8、若 $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & 2\end{bmatrix}$，則 $A^{15}=$________________

9、周長為 10 的直角三角形，其面積的最大值為________________

10、不等式 $\log_{\frac{1}{2}}^{x^2-2x+a}>-3$, 當 a 的範圍為________________時, 此不等式只有正整數解

11、已知 $\int \tan x dx = F(x)+c$ 則 $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{F(x)-F(\frac{\pi}{3})}{x-\frac{\pi}{3}}=$________________

12、已知 ΔABC中, $\angle BAC=40°$, $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=6$, 若D, E分別在$\overline{AB}$及$\overline{AC}$上則$\overline{BE}+\overline{DE}+\overline{CD}$, 最小可能的值為__________

13、求 $\sum_{n=1}^{15} n^2 C_n^{15}=$________

14、已知甲乙兩地間有 3 處紅綠燈, 紅綠燈每 1 分鐘循環 1 次, 且設出現綠燈的時間分別為 40 秒, 45 秒, 50 秒, 若汽車遵守交通規則, 今由甲地到乙地若只遇一次紅燈, 則是第三個紅燈的機率為_____

15、有一顆公正的骰子, 當連續丟兩次的點數總和小於 7 時即停止, 反之則繼續, 試問連續丟三次後, 停止的機率為________________

16、求 $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ 和 $y=\sqrt{2x^2-1}$ 所圍成的區域繞 x 軸旋轉的旋轉體體積為＿＿＿＿＿＿＿＿

17、在平面座標上兩個座標都是整數的點稱為格子點,考慮一個三角形它的三個頂點座標為 (0,0),(2n,0),(0,n)的格子點,設 n 為正整數,假設這個三角形的內部恰好有 81 個格子點(不包含在三角形邊上的格子點),則此三角形的面積為＿＿＿＿＿＿＿＿

18、設實係數多項式 f(x)滿足 f(1+i)=−5,與 f(−i)=10(其中 $i=\sqrt{-1}$)且 f(x)除以 $(x^2-2x+2)(x^2+1)$ 的餘式為 g(x),則 g(x)=＿＿＿＿＿＿＿＿

19、$a=\dfrac{\tan\theta-\sec\theta+1}{\tan\theta+\sec\theta-1}$，若 a 是 $x^4-3x^3+2x^2-3x+1=0$ 的解，求 $\sin\theta=$＿＿＿＿＿

20、設甲,乙兩袋中,甲袋內裝有 2 紅球,乙袋內裝有 2 白球 1 紅球,今從甲袋取一球放入乙袋,再從乙袋中取一球放入甲袋,這樣稱為一局,試問轉移矩陣為＿＿＿＿＿＿＿＿

國立楊梅高中 104 年度第 2 次教師甄選數學科初試答案

一、填充題(每格 5 分, 共 100 分)　答案請寫於答案卷上

1	2	3	4
$2\sqrt{5}$	$\frac{125\sqrt{2}}{3}\pi$	3	25
5	6	7	8
2540	8	$\frac{34}{81}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-2^{15} & 2^{15} \end{bmatrix}$
9	10	11	12
$25(3-2\sqrt{2})$	8<a<9	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{37}$
13	14	15	16
15×2^{17}	$\frac{6}{31}$	$\frac{35}{216}$	$\frac{8\pi}{3}$
17	18	19	20
100	$6x^3-9x^2+6x+1$	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{8} & \frac{3}{4} \\ 0 & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$