

新北市公立高級中等學校 114 學年度教師聯合甄選

數學科試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卷准考證號碼、姓名是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：填充題 10 題，計算題 3 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卡請使用黑色 2B 鉛筆畫記作答，禁止使用立可白塗改，以免無法判讀。
- 五、答案卷與試題卷須一起繳交，始可離開試場。

新聞稿專用

新北市公立高級中等學校 114 學年度教師聯合甄選 數學科試題

一、填充題：共 10 題，每題 7 分。

1. 已知實數 x, y 滿足 $\log_2(x+1) + \log_2(y+1) = 4$ 以及 $xy - x - y = -1$ ，則 $x+y$ 之值為_____。
2. 有 8 位數學系學生（座號分別為 1 到 8）及 5 位物理系學生（座號分別為 9 到 13）。若將這 13 人分成無次序之分的兩組，任兩位座號相鄰的物理系學生不能分到同一組，且兩組之間，數學系學生的人數差不超過 2，則總共有_____種不同的分組方式。
3. 已知 $f(x) = x^4 - 6x^2 + \alpha x + (5 - \alpha)$ 有三重根，則實數 α 的所有可能值為_____。
4. 在複數平面上所有滿足不等式 $2|z| < |z-1|$ ，且實部大於 0 的點所形成的圖形，其面積為_____。
5. 將 6 顆編號 1 至 6 的球分別放進四個盒子，編號 1 的球放進第一個盒子，編號 2 和編號 3 的球放進第二個盒子，編號 4 和編號 5 的球放進第三個盒子，編號 6 的球放進第四個盒子。若重複隨機抽取一個盒子（每個盒子被抽到的機率均等），再從這個盒中隨機抽取一顆球（每顆球被抽到的機率均等）。進行兩次這樣的試驗，則過程中看到不同編號球之數量期望值為_____（四捨五入到小數點後第四位）。
6. 若方程式 $x^5 + x^2 + 1 = 0$ 之五根為 r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 ，令 $P(x) = x^2 - 2$ ，則 $P(r_1)P(r_2)P(r_3)P(r_4)P(r_5)$ 之值為_____。

7. 已知函數 f 在其定義域中滿足 $f\left(\frac{x+b}{x-2}\right) = \frac{x+a}{2x+1}$ ，對所有 $x \neq 2$ 及 $x \neq -\frac{1}{2}$ 都成立，其中 a, b 為常數。若 $\lim_{y \rightarrow \infty} f(y) = 1$ 且 $\lim_{y \rightarrow 0} f(y) = 0$ ，則 $a+b =$ _____。

8. 已知 $\frac{n^5 + 2n^2 + 1}{n^2 + 3}$ 為整數，則所有可能的整數 n 為 _____。

9. 將 1、2、3、4、5、6、7 這七個數字作適當的排列，使得相鄰兩數之和為質數。求共有 _____ 種排列方式。

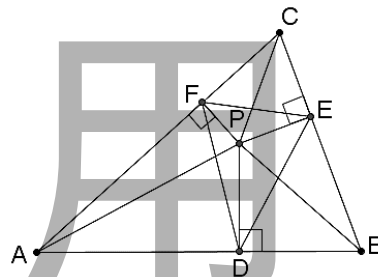
10. 無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \cos \frac{n\pi}{3}$ 之值為 _____。

二、計算題：共 3 題，每題 10 分。

1. 已知 $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ，考慮所有滿足 $C_2^n - C_2^m = 2025$ 的正整數 n, m ，求 $n-m$ 的最大值。

2. 已知對任意的正實數 a_1, a_2, \dots, a_n ，滿足下列不等式恆成立：
 $a_1 + 2a_2 + \dots + na_n < 2025 + (a_1 + a_2^2 + \dots + a_n^n)$ ，求 n 的最大值。

3. 設 P 是三角形 ABC 內一點，滿足 $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA$ 。設 D, E, F 分別是 P 到 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 三邊的垂足。試證：三角形 DEF 與三角形 ABC 相似。



新聞稿專用