

(請考生自填) 准考證號碼：_____ 姓名：_____

-----彌封線----- (彌封線以下不得書寫個人准考證號碼及姓名等相關個人資料) -----彌封線-----

一、填充題(1 格 4 分，共 80 分)

1	2	3	4
18	182100	$f(x) = x^2 - \frac{8}{3}x$	$-\frac{3}{2}$ or -3
5	6	7	8
6	$\frac{255}{4}$	$\frac{5}{4}$	$4\sqrt{3} + 4\pi + 1013e^4 - 1013e^{12}$
9	10	11	12
5	$\sqrt[3]{4}$	$p < 5$	$\frac{8}{3}$
13	14	15	16
23	$-\sqrt{3}$	$y \leq 1$	15
17	18	19	20
41	$5 \leq x \leq 10$	$a = 5, k = 6$	$3 \leq f(x) \leq 4$

二、計算證明題(共 20 分)

1. 若 $X \sim B(n, p)$ ，則 $E(X^3)$ 為何？請寫成 $a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0$ 的形式。(可利用已知條件 $E(X) = np, \text{Var}(X) = np(1-p)$ 進行計算) (10 分)

略

2. 證明：若 p 為奇質數，已知一個「整數數列」 $L_n = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$ ， n 為正整數。試證明 $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^p + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^p$ 除以 p 之餘數為 1。(可利用 Lucas 定理：若 p 為質數且 $0 < k < p$ 、 k 為正整數，組合數 C_k^p 為 p 的倍數。(10 分)

略