

臺北市立復興高級中學 115 學年度第二次專任教師甄選 數學科教師甄選筆試參考答案

准考證號碼後三碼:

1. $f(x) = \sqrt{9^x - 8 \cdot 3^{x+1} + x^2 - 10x + 169} - \sqrt{9^x - 16 \cdot 3^x + x^2 - 6x + 73}$ 之最大值為 _____。

答案： $2\sqrt{5}$ 。

2. 某款抽獎遊戲，官方宣稱中獎率小於等於 1%。為檢驗此宣稱是否不實，某甲實測抽獎 20 次，假設每次抽獎彼此獨立。令 X 為 20 次抽獎的中獎次數。在顯著水準 5% 的情況下，求中獎次數 X 的拒絕域。
(參考數據： $0.99^{19} \approx 0.826$)

答案： $X \geq 2$ 。

3. 設 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$ 、 $A(5,5,5)$ 、 $B(3,-2,4)$ ，試在 L 上找一點 P 使 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 為最小值

(1) 求點 P 坐標為 _____ (2) 求 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 之最小值為 _____

答案：(1) $P(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{7}{3})$ (2) $\min(\overline{PA} + \overline{PB}) = 3\sqrt{10}$

4. 同時滿足下列條件的六次多項式共有 _____ 個

(a) x^6 項的係數為 1，其他係數為實數；

(b) 有 6 個相異根；

(c) 所有根都在集合 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 1+i, 1-i, -1+i, -1-i, i, -i\}$ 中，其中 $i = \sqrt{-1}$

答案：92

5. 已知 a 、 b 、 c 均為正整數，且 $x^3 + ax^2 + 14x + b$ 可被 $x^2 + cx + 2$ 整除，
則 a 的所有可能值的中位數為 _____

答案：8

6. 設 $\triangle ABC$ 中，三邊長 $\overline{AB} = c$ 、 $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{CA} = b$ 且 $b > c$ 當 $\angle BAC = 30^\circ$ 且 $\frac{b^2 - c^2}{a^2}$ 的最大值時，

求 $a:b:c = ?$

答案： $a:b:c = 1:\sqrt{3}:1$

7. 數列 a_n 中， $a_1 = 8$ ，且 $a_n - a_{n-1} = \frac{a_{n-1}}{n} + 3n + 3$ (n 為大於等於 2 的自然數)，則這個數列的

一般項 a_n 為 _____。

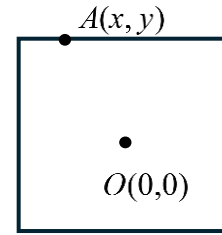
答案： $3n^2 + 4n + 1$ 。

8. 實數 a, b 滿足 $(a + bi)^{115} = (a - bi)^3$ (其中 $i = \sqrt{-1}$)，則數對 (a, b) 有 _____ 組相異解。

答案：119。

9. 如圖， $A(x, y)$ 在以原點 O 為中心且四個頂點坐標為 $(\pm 1, \pm 1)$ 的正方形上。
若平面上有一點 $B(m, n)$ ，且滿足 $(m-5)^2 + (n-5)^2 = 10$ ，

$$\sqrt{m^2 + n^2} + \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(m+x)^2 + (n+y)^2}，試求 x 的範圍。$$



答案： $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$ 。

10. 若 a 為無理數， n 為整數，且 $a^{12} + an$ 、 $a^3 + 2a^2$ 及 $a^2 + a$ 皆為有理數，則 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：144

台北市立復興高級中學115學年度第二次專任教師甄選公告用