臺北市立大安高級工業職業學校 99 學年度教師甄選
數學【高中數學】筆試試題

作答說明：1.請在彌封之答案卷上標明題號依序作答，答案卷上不得書寫姓名或作任何記號。
2.全卷限用藍色或黑色單一顏色筆作答。
3.作答時間每節共 90 分鐘。
4.本試題滿分共 100 分，依各題配分計分。
5.交卷時請將試題卷與答案卷一併繳交。

第一部份：偵錯題(共 7 題，每題 6 分，共計 42 分)

說明：此大題為本校學生常犯的錯誤解法，請您觀察找出學生的錯誤，並請在答案卷上指出錯誤的關鍵，及寫出題目正確的詳解。

1.題目：若雙曲線 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 與直線 $y=mx+1$ 恰有一交點，求 m 值？

天兵學生甲：將 $y=mx+1$ 代入 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$，並利用判別式解得 $m=\pm\sqrt{3}$。

2.題目：某廠商委託民調機構在 A 地調查聽過某項產品的居民佔當地居民的百分比(以下簡稱『知名度』)，結果在 95%信心水準下，該產品在 A 地知名度之信賴區間為[0.08，0.16]，若增加參訪人數達原人數的 4 倍，則在 95%信心水準下，該產品的知名度之信賴區間寬度變化如何？

天兵學生乙：$\because$ 95%信心水準下信賴區間為 $\left[\hat{p}-2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\ \hat{p}+2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$，若 n 變為 4 倍，則信賴區間寬度會減半，即變為 0.04。

3.題目：求『庭院深深深幾許』三個深字中恰有二個深字相鄰的排列數？

天兵學生丙：將其中二個「深」字綁在一起，視為一個個體「$\boxed{\text{深深}}$」，再考慮和另外五個字「庭、院、深、幾、許」作直線排列。
所求=(任意排)-($\boxed{\text{深深}}$與深相鄰)=6!-5!=600。

4.題目：設 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & a \end{bmatrix}$，且 $a>0,b>0$，若 $A^3=A$，求 a,b 值各為何？

天兵學生丁：$\because A^{-1}A^3=A^{-1}A$，$\therefore A^2=I$，$\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & a \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 經化簡後
$\rightarrow a=0$ 且 $b=1$，但 $a>0$，因此本題無解。

5.題目：一火箭由山坡底向一斜率是 0.2 的山坡發射，且火箭所走的路徑是 $y=-0.005x^2+1.8x$ (單位米)，求火箭在落地前離山坡最大高度？

天兵學生戊：$y=-0.005x^2+1.8x=-0.005(x-180)^2+162$，
當 x =180 時有最大高度 162，此時山坡高度為 $0.2\times180=36$，
$\therefore$ 所求=162-36=126 米。

6.題目：一袋中有 4 白球、3 紅球、5 黑球，每次取出一球，取後不放回，則紅球先取完之機率？

天兵學生辛：所求=P(袋中取到最後一球為白球或黑球)=$\frac{4+5}{4+3+5}=\frac{3}{4}$。

7.題目：設 $f(x)=\frac{x-4}{4-x}$，求 $\lim\limits_{x\to4}f(x)$ 與 $f'(4)$ 之值？

天兵學生己：$\because f(x)=\frac{x-4}{-(x-4)}=-1$，$\because$ 常數微分為 0 $\therefore f'(4)=0$，且又分母需限制不為 0，$\therefore \lim\limits_{x\to4}f(x)$ 之值不存在。

第二部份：問答題(6 分)

1.請問你要如何教學生$0.\overline{9}=1$。(僅需書明教學內容，無需書寫想法，並假想半張黑板可完成的內容。)

第三部份：計算題(第 1~9 題，每題 5 分；第 10 題 7 分，共計 52 分)

1.求$\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{7}+\tan^{-1}\frac{1}{8}$之值為何？

2.設長方形 ABCD，其中$\overline{AB}=3$與$\overline{AD}=4$，若沿對角線$\overline{AC}$對摺，則平面 ABC 與平面 ACD 之二面角為60°，求對摺後$\overline{BD}$長度為何？

3.數列$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{2}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{1}{5}$，$\frac{2}{5}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{4}{5}$，$\frac{1}{6}$，…，試求它的前 99 項之和。

4.$f(x)=\dfrac{2^x+2^{-x}}{2^x-2^{-x}}$，$x\in R$，若$f(a)=4$，$f(b)=3$，則$f(a+b)=$？

5.設ΔABC的內心為I，周長為 24，且$5\overrightarrow{IA}+4\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=0$，求$\Delta ABC$的面積。

6.設 $(1+x+x^2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{2n}x^{2n}$試求$a_3$之值。(用$n$表示)

7.若 8 位學生的數學成績(x)與英文成績(y)之平均數、標準差及相關係數為$\overline{X}=65$，$\overline{Y}=70$，$S_x=10$，$S_y=5$，$r=0.8$求英文成績(y)對數學成績(x)的迴歸式為何。

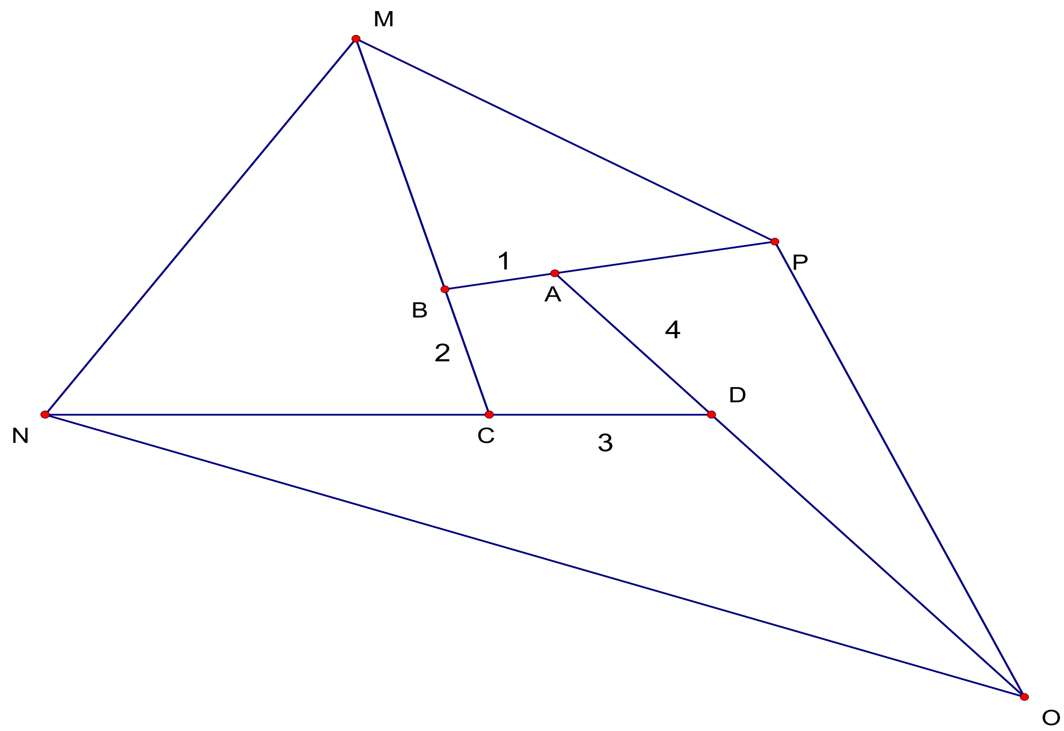
8.令$f(x)$為領導係數為 1 的實係數四次多項式，且$f(99)=2$、$f(98)=5$、$f(97)=10$、$f(96)=17$，試求$f(100)=$

9.今一單位球(半徑為 1 的球)球心為原點，且球面上兩點P、Q座標分別為$P(1,0,0)$、$Q(0,\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$，延著球面行進，於 PQ 最短路徑中取一點 R，使得(PR 弧長)：(QR 弧長)$=1:2$，試求 R 點座標。

10.如圖，凸四邊形 ABCD 邊長分別為 1、2、3、4，

(1)試求四邊形 ABCD 面積。

(2)今沿著 ABCD 四邊延長得 MNOP 四點，並使得$\overline{AP}=2$、$\overline{BM}=4$、$\overline{CN}=6$、$\overline{DO}=8$，試求四邊形 MNOP 的面積。



【試題到此結束，祝 您考試順利！】