

國立鳳新高中 99 學年度第一次教師甄選數學科筆試試題

1. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 遞迴定義式為
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \frac{5a_{n-1}}{3a_{n-1} + 4}, (n \in N, n \geq 2) \end{cases}$$
，求 $a_n = ?$ (以 n 表示)。 (12 分)

2. 求 $f(x) = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4} + \sqrt{x^4 - 3x^2 - 8x + 20}$ 的最小值？ (6 分) 及當時的 x 值？ (6 分)

3. x, y 為銳角， $x < y$ ，試證： $x - \tan x > y - \tan y$ (13 分)

4. 若 $(4 \cos^2 9^\circ - 3)(4 \cos^2 27^\circ - 3) = \tan x^\circ$ ，求最小的正整數 $x = ?$ (12 分)

5. 若 a, b, c 為 $\triangle ABC$ 的三邊長，且 $s = \frac{a+b+c}{2}$ ，求證： $\sqrt{s-a} + \sqrt{s-b} + \sqrt{s-c} \leq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{2}}$ (14 分)

6. 不透明箱內有編號分別為 1 至 9 的九個球，每次隨機取出一個，記錄其編號後放回箱內；

以 $P(n)$ 表示前 n 次取球的編號之總和為偶數的機率。求 $P(n) = ?$ (以 n 表示)。 (12 分)

7. 解 $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ (12 分)

8. 若
$$\begin{cases} ax + by = 3 \\ ax^2 + by^2 = 7 \\ ax^3 + by^3 = 16 \\ ax^4 + by^4 = 42 \end{cases}$$
，求 $ax^5 + by^5 = ?$ (13 分)

1. $a_n = \frac{5^{n-1}}{3 \cdot 5^{n-1} - 2 \cdot 4^{n-1}} (n \in N)$

2. 最小值=4, $x = \sqrt{2}$

3. 略

4. $x = 9$

5. 略

6. $\frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{-1}{9} \right)^n \right)$

7. $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

8. 20