

# 臺北縣 99 學年度國民中學正式教師甄選試題

科目：數學科

## — 考生作答說明 —

- 一、請核對答案卡科目、准考證號碼是否與准考證內容相符，如果不符，請立即向監試人員反應。
- 二、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 三、請使用黑色2B鉛筆於「答案卡」上畫記作答，切勿使用修正液(帶)，以免無法判讀。
- 四、答案卡與試卷須一起繳交，始可離開試場。
- 五、請務必填上准考證號碼。

准考證號碼：\_\_\_\_\_

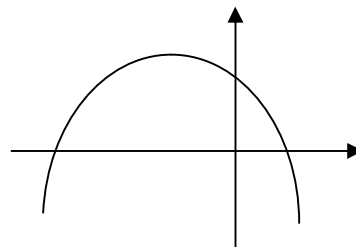
科目：數學科

選擇題：共 40 題，每題 2.5 分，共 100 分

- (C) 1. 若  $\triangle ABC$  的三高分別為 6、4、3，則  $\triangle ABC$  為何種三角形？  
(A) 銳角三角形 (B) 直角三角形 (C) 鈍角三角形 (D) 不能確定

- (C) 2. 知道三角形的三邊長就可以確定該三角形，以下哪一個性質未必能確定三角形是唯一的？  
(A) 知道三高的長度 (B) 知道三中線的長度  
(C) 知道兩邊長及一內角 (D) 知道一邊長及兩內角

- (B) 3. 已知拋物線  $y = ax^2 + bx + c$  的圖形如右所示，則下列哪一個數恆小於 0？



- (A)  $ab$  (B)  $bc$   
(C)  $c - a$  (D)  $b^2 - 4ac$

- (C) 4. 坐標平面上，給定  $A(-3, -1)$ ,  $B(6, 11)$ 。若動點  $P$  滿足  $\triangle ABP$  的周長為 40，則  $\triangle ABP$  的面積最大值為何？

- (A)  $40\sqrt{3}$  (B)  $50\sqrt{2}$  (C) 75 (D) 78

- (A) 5. 若  $\alpha, \beta, \gamma$  為  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  的三根，且已知  $\alpha + \beta = 2$ ,  $\alpha\beta = -1$ ，則下列哪一個數可能不是另一根  $\gamma$  的值？

- (A)  $b^2 - 4ac$  (B)  $-a - 2$  (C)  $\frac{b+1}{2}$  (D)  $c$

- (D) 6. 下列哪一函數圖形與  $y = \log x$  的圖形不全等（即圖形無法完全疊合）？

- (A)  $y = \log(4x) - 1$  (B)  $y = \log(x+1)$  (C)  $y = \log \frac{4}{x}$  (D)  $y = \log x^4$

- (A) 7. 網路票選好吃的蛋塔，預計從 15 家蛋塔店中選出 5 家進入總決賽，若有效票共 10000 張，則參賽的蛋塔店至少需得幾票才能篤定進入總決賽？

- (A) 1667 (B) 1666 (C) 667 (D) 625

- (B) 8. 級數  $\sum_{n=1}^{2010} \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$  的值，在下列哪一區間中？

- (A)  $[2, 3]$  (B)  $[3, 4]$  (C)  $[4, 5]$  (D)  $[5, 6]$

- (D) 9. 設  $P(n)$  表示  $n$  的所有正因數之積，例如： $P(10) = 1 \times 2 \times 5 \times 10 = 100$ 。  
若  $P(n) = 2^{30} \times 3^{40}$ ，則  $n = ?$   
(A) 108 (B) 216 (C) 324 (D) 648
- (B) 10. 設空間中有一質點，每一次移動的規律是由點  $(a, b, c)$  移至點  $(b+c-a, c+a-b, a+b-c)$ 。若該質點由  $(a, 5, b)$  出發經幾次移動後可到達點  $(58, -6, -38)$ ，那麼  $a+b = ?$   
(A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 13
- (D) 11.  $319^{99}$  除以 100 的餘數為何？  
(A) 9 (B) 39 (C) 59 (D) 79
- (A) 12. 已知無窮數列  $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \frac{21}{34}, \dots$ ，滿足每一項的分子都是前項的分母，而分母是前項的分子與分母之和，則此數列最後會趨近哪一個實數？  
(A)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$  (D)  $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$
- (A) 13. 已知  $a$  是方程式  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$  的一複數根，則  $(a^4 + 1)(a^3 + 1)(a^2 + 1)(a + 1) = ?$   
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- (B) 14. 化簡  $\left( \frac{1 + \cos 20^\circ + i \sin 20^\circ}{1 + \cos 20^\circ - i \sin 20^\circ} \right)^3 = ?$   
(A)  $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$  (B)  $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{3} - i}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3} + i}{2}$
- (B) 15. 若實數  $a, b, c$  滿足  $\frac{a}{1} + \frac{b}{4} + \frac{c}{7} = \frac{a}{2} + \frac{b}{5} + \frac{c}{8} = \frac{a}{3} + \frac{b}{6} + \frac{c}{9} = 1$ ，則  $a+b+c = ?$   
(A) 13 (B) 15 (C) 17 (D) 18
- (C) 16. 考慮所有的實數  $x, y$ ， $x^2 + 5y^2 - 4xy - 2y + 4$  的最小值為何？  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- (A) 17. 若  $x, y, z$  是不全為 0 的實數，則  $\frac{x - 2y + 2z}{\sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2}}$  的最大值為何？  
(A)  $\sqrt{6}$  (B)  $\sqrt{7}$  (C)  $2\sqrt{2}$  (D)  $\sqrt{10}$

- (C) 18. 若  $f(x)$  是一實函數，滿足  $f(0) = 1$  且  $2f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x} = 0$ ，其中  $x \neq 0$ ，

則  $|f(x)|$  的最小值為何？

- (A)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (B)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  (D)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

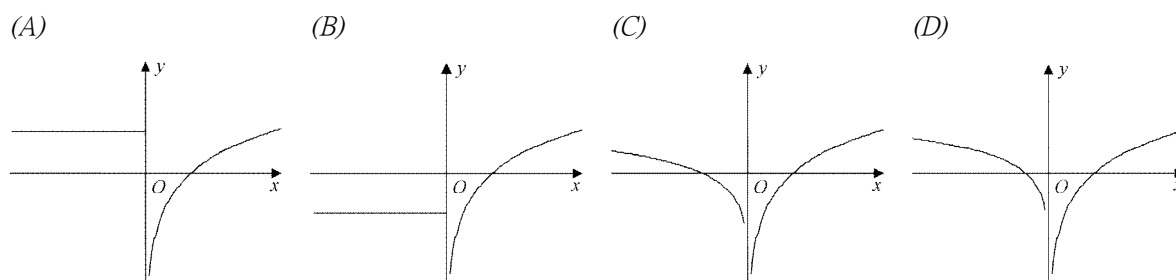
- (B) 19. 函數  $\sqrt{9-x^2} + \frac{4}{3}x + 2$  的最大值為何？

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

- (D) 20. 方程式  $\sin x = \log x$  有多少個實根？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

- (D) 21. 若函數  $f(x) = \begin{cases} -2x, & x < 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$ ，則下列哪一圖形最可能是  $y = \log f(x)$  的圖形？



- (A) 22. 若方程組  $\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$  有唯一解  $(x, y) = (4, 5)$ ，則方程組  $\begin{cases} bx - 3ay = 3c \\ qx - 3py = 3r \end{cases}$  的解  $(x, y) = ?$

- (A)  $(15, -4)$  (B)  $(-15, 4)$  (C)  $(4, -15)$  (D)  $(-4, 15)$

- (D) 23. 將  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$  等  $10$  張撲克牌排成一列，每一次洗牌都依同樣的規律重新排列，下表為第一次洗牌後的情況；那麼至少需要幾次的洗牌後，這  $10$  張撲克牌才會同時回到原始的排列？

- (A) 20 (B) 24 (C) 26 (D) 30

原始排列	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
第一次洗牌	2	1	8	5	6	4	3	9	10	7

- (B) 24. 某機器有三組互相獨立運作的配件  $A, B, C$ ，若有某一配件故障，則該機器就無法運轉。已知三組配件  $A, B, C$  發生故障的機率分別為  $0.1, 0.2, 0.3$ ，則該機器會無法運轉的機率為何？

- (A) 0.504 (B) 0.496 (C) 0.464 (D) 0.426

- (C) 25. 電影公司想為旗下新進二位女明星及四位男明星作宣傳，計畫在一長方形的看板上宣傳他們的劇照，該長方形看板等分成六個區塊  $A, B, C, D, E, F$ ，如下圖所示：

$A$	$B$	$C$
$D$	$E$	$F$

若每一區塊只能擺入一位明星的劇照，且兩位女明星的劇照希望不要左右相鄰，也不要上下相鄰，那麼該公司可以有多少種不同的宣傳看板？

- (A) 288 (B) 336 (C) 384 (D) 432
- (D) 26. 甲、乙、丙三所高中的一年級各有 3、4、5 個班級，從這 12 個班級中隨機抽取一班參加數學測驗，再從其餘的 11 個班級中隨機抽取一班參加英文測驗，則參加測驗的兩個班級是來自同一學校的機率最接近以下哪一選項？
- (A) 0.23 (B) 0.25 (C) 0.27 (D) 0.29
- (C) 27. 某商店進一批水果，平均單價為每個 50 元，標準差為 10 元。今每個水果以進價的 1.5 倍再加上包裝費 7 元為售價出售，則水果平均售價為每個  $a$  元，標準差為  $b$  元，那麼數對  $(a, b)$  為何？
- (A) (75, 15) (B) (75, 22) (C) (82, 15) (D) (82, 22)
- (C) 28. 若一組數據資料中，加入一個新的資料，這個新資料的數值恰好是原數據資料的平均數，則加入新資料後，全部資料的標準差會有什麼變化？
- (A) 不變 (B) 變大 (C) 變小 (D) 不能確定
- (B) 29. 假設某次國文考試分數呈常態分配，平均數為 65、標準差為 4，則國文成績之第三四分位數為何？  
(參考資料：當  $Z$  是標準常態分配時， $P(Z > 0.675) = 0.25$ )
- (A) 66.7 (B) 67.7 (C) 73.5 (D) 77.5
- (B) 30. 已知  $\triangle ABC$  的三邊長都是正整數，以下哪一個三角函數值必為有理數？
- (A)  $\sin A$  (B)  $\cos A$  (C)  $\tan A$  (D)  $\sin A + \cos A$
- (D) 31. 若  $\triangle ABC$  的三邊長為  $a, b, c$ ，其對應的三高分別為  $h_a, h_b, h_c$ ，則  $\frac{abc}{h_a h_b h_c}$  之值為何？
- (A)  $\sin A \sin B \sin C$  (B)  $\cos A \cos B \cos C$   
(C)  $\tan A \tan B \tan C$  (D)  $\csc A \csc B \csc C$

- (B) 32. 若  $P$  為銳角  $\triangle ABC$  的外心，且  $P$  至三邊  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$ ,  $\overline{AB}$  的距離為  $x, y, z$ ，則  $x : y : z = ?$   
 (A)  $\sin A : \sin B : \sin C$  (B)  $\cos A : \cos B : \cos C$   
 (C)  $\tan A : \tan B : \tan C$  (D)  $\csc A : \csc B : \csc C$
- (C) 33. 若  $x$  為實數，則  $\sin x + \cos x + \sin x \cos x + 99$  的最小值為何？  
 (A) 96 (B) 97 (C) 98 (D) 99
- (A) 34. 設  $a, b, c, d$  都是實數，若兩直線  $y = ax + b$  與  $y = cx + d$  恰有一交點  $(3, 9)$ ，則通過兩點  $(a, b)$  與  $(c, d)$  的直線方程式為何？  
 (A)  $3x + y = 9$  (B)  $3x - y = 9$  (C)  $x + 3y = 9$  (D)  $x - 3y = 9$
- (D) 35. 坐標平面上， $A(0, -6)$  為定點，若點  $P$  在橢圓  $16x^2 + y^2 = 16$  上移動，則以下哪一個值不可能為  $\overline{AP}$  的長度？  
 (A)  $2\sqrt{23}$  (B)  $5\sqrt{2}$  (C) 9 (D)  $\sqrt{101}$
- (B) 36. 若  $ABCD$  為一圓內接四邊形，且  $\overline{AB} = 1$ ,  $\overline{BC} = 2$ ,  $\overline{CD} = 3$ ,  $\overline{DA} = 2\sqrt{3}$ ，則四邊形  $ABCD$  的面積為何？  
 (A)  $4 + \sqrt{3}$  (B)  $3 + \sqrt{3}$  (C)  $8 - \sqrt{3}$  (D)  $7 - \sqrt{3}$
- (B) 37. 若  $\triangle ABC$  的面積等於 24，且點  $P$  滿足  $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 5\overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{AB}$ ，則  $\triangle ABP$  的面積為何？  
 (A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 21
- (D) 38. 設  $a, b$  為實數，且  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = 5$ ，則  $a = ?$   
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8
- (A) 39. 極限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|2x^2 - x - 2| + x^2 - x - 1}{x - 1} = ?$   
 (A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 3
- (A) 40. 若  $f(x)$  是可微分的實函數， $f(1) > 0$  且滿足  $f(x) + (f(x))^2 = x^4 + 3x^3 + 2$  對任意實數  $x$  均成立，則導數  $f'(1)$  之值為何？  
 (A)  $\frac{13}{5}$  (B)  $\frac{13}{4}$  (C)  $-\frac{13}{5}$  (D)  $-\frac{13}{4}$