

台北市立士林高級商業職業學校 98 年度第 1 次教師甄選試題

數學科

考生姓名：_____

准考證號碼：_____

甲、選擇題

一、單選題

1. $\triangle ABC$ 為銳角三角形， \overline{BC} 邊上的高為 \overline{AD} ， $\overline{BD}=a$ ， $\overline{CD}=b$ ，且 $a < b$ ，將 $\triangle ABC$ 沿 \overline{AD} 折成大小為 θ 的二面角 B-AD-C，若 $\cos \theta = \frac{a}{b}$ ，則三稜錐 A-BDC 的側面 $\triangle ABC$ 是何種三角形 (A) 銳角三角形 (B) 鈍角三角形 (C) 直角三角形 (D) 以上皆有可能。

2. 有一生物學家，觀察某一熱帶與林的下雨紀錄，他發現要是今天下雨，則隔天下雨的機率為 $\frac{1}{3}$ ，要是今天不下雨，則隔天不下雨的機率為 $\frac{1}{2}$ ，已知當地氣候很穩定，且未來一年沒有什麼重大改變，則未來一年下雨的天數為幾天？(A) 146 (B) 156 (C) 196 (D) 229

二、多重選擇題(全對才給分)

3. 設則下列何者正確？(A) $\frac{\log a + \log b}{2} > \log \frac{a+b}{2}$ (B) $\log_a b + \log_b a$ 的最小值為 2 (C) $(a + \frac{1}{b})(b + \frac{4}{a})$ 的最小值為 9 (D) $\frac{\sin a + \sin b}{2} > \sin \frac{a+b}{2}$

4. 圓 C 的方程式為 $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$ ，請問經過下列哪些點向圓 C 所作的兩條切線是互相垂直的 (A) (9,3) (B) (-1,3) (C) (5,1) (D) (-1,-2)

5. 下列哪些敘述為真

(A) 一函數 $f(x)$ 在 $x=a$ 連續，就必定在 $x=a$ 有導數。

(B) 一函數 $f(x)$ 在 $x=a$ 有導數，就必定在 $x=a$ 連續。

(C) 若數列 $\{a_n\}$ 發散，且數列 $\{b_n\}$ 發散，則數列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 必定發散。

(D) 若數列 $\{a_n\}$ 發散，且數列 $\{b_n\}$ 發散，則數列 $\{a_n + b_n\}$ 必定發散。

乙、非選擇題

6. 設 $f(x) = (x^{\frac{2}{3}} + x^{-\frac{2}{3}} + 1)(x^{\frac{2}{3}} - x^{-\frac{2}{3}})(x^1 - x^{-1})^{-1}$ ，若 $x \in \mathbb{R}$ ，則 $f(x)$ 的範圍為_____。

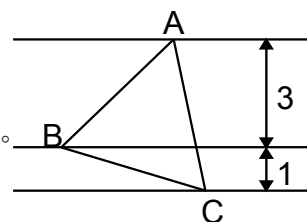
7. 正實數 x, y 滿足 $\log x \cdot \log y = 1 + \log x$ 則 $x \cdot y$ 的範圍為_____。

8. 設 $S_n = \frac{1}{3P_1^1} + \frac{1}{4P_2^2} + \frac{1}{5P_3^3} + \dots + \frac{1}{(n+2)P_n^n}$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$ _____。

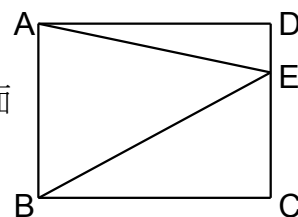
9. 設 $(1+x)^m(1+x^2)^n$ ， m, n 為正整數，展開式中 x^2 係數為 12，求 x^3 項係數的最大值_____。

10. 坐標平面上滿足聯立不等式 $\begin{cases} 2|x|+3|y|=6 \\ 3|x|+2|y|=6 \end{cases}$ 的區域面積等於_____ (請用最簡分數表示)。

11. 一個正三角形 $\triangle ABC$ 的三個頂點分別位於三條平行線上，這三條平行線的距離是 3 單位和 1 單位(如右圖)，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____。



12. 設 E 為矩形 ABCD 的 \overline{CD} 邊上一點，且 $\triangle ADE$ ， $\triangle BCE$ 與 $\triangle ABE$ 面積的值構成一個等比數列，則此數列的公比 $r =$ _____。



13. 求定積分 $\int_2^4 (1 + \sqrt{4x - x^2}) dx =$ _____。

14. 設曲線 $\Gamma: y = x^3 + x$ ， $P(1, 2)$ ，求過 P 點(但不以 P 為切點)與曲線 Γ 相切的直線方程式為_____。

15. 球 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 被平面 $x + 2y + 2z + 2 = 0$ 分成兩部分，其體積為 V_1 及 V_2 ($V_1 < V_2$)，則 $V_1 : V_2 =$ _____。

16. 內接於 $y^2 = 8x$ 及 $x = 4$ 所圍圖形之矩形的最大面積為_____。

17. 將正八邊形放在坐標平面上，中心對準原點，若第一象限中有一頂點 $(2, 1)$ ，請問第一象限中的另外一個頂點坐標為_____。