1. 定義 $a_n=(\frac{1}{\log_n 2002})$, 其中 $n>1, n\in Z$,
$b=a_2+a_3+a_4+a_5$,
$c=a_{10}+a_{11}+a_{12}+a_{13}+a_{14}$, 試求 $b-c=$? ans:-1

2. a,b,c,d,e 都是實數, $f(x)=x^8-4x^7+7x^6-7x^5+ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ 有8個實係數一次因式, 求 $a,b,c,d,e=$? ans: 展開 $(x-\frac{1}{2})^8$ .... [94中一中]

3. 已知在60和70之間有兩個數可整除 $2^{48}-1$, 此二數爲何? ans:63,65

4. 三角形三邊長爲 a,b,c 試證 $\dfrac{a^2+b^2}{2c}+\dfrac{b^2+c^2}{2a}+\dfrac{c^2+a^2}{2b}\le\dfrac{a^3}{bc}+\dfrac{b^3}{ac}+\dfrac{c^3}{ab}$

5. $f(x)=x^2-x+1, x\ge\frac{2}{3}$ 求反函數 $f^{-1}(x)=$?

6. 一條繩子對折 n 次之後, 將其依三等分點剪斷, 剪斷後所得的只有兩種長度, 請問較長的有? 條, 較短的有? 條。

7. 將1寫到999, 所得的數 $a=12345678910111213\cdots997998999$, 請問 a 除以11的餘數爲?

8. $a>b>c>0$, 空間座標系中三點 $A(a,a^2,a^3),B(b,b^2,b^3),C(c,c^2,c^3)$, 平面 E 通過 A,B,C 三點, 請問原點到 E 的距離?

9. $\triangle ABC$, 試證 $\cot A+\cot B+\cot C\ge\sqrt{3}$

10. 圓周上有相異七點, 連此七點有 C(7,2)=21條弦, 若這些弦均不平行亦不三弦共點, 則此21條弦所圍成的三角形中, 恰有兩頂點在圓周上者共有幾個? .... [94和美]

11. 空間中四點 $A(2,2,0),B(4,0,-2),C(1,0,0),D(7,0,0)$ P 爲直線 CD 上一點, 請作圖並說明 $PA+PB$ 爲最小之 P 點座標 .... [94南一中二招]

12. 長方體 $ABCD-EFGH$ 任兩頂點連線, 共可決定幾組歪斜線?

13. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{[(n+1)(n+2)...(n+n)]^{\frac{1}{n}}}{n}=$?

14. 求 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{\sqrt{n-1}})^{n}=$?

15. 求 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{2n+1})^{\sqrt{2n}}=$?

16. 求 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{\sqrt{2n+1}})^{\sqrt{n}}=$?

17. 求 $C(n,0)+\dfrac{C(n,1)}{2}+\dfrac{C(n,2)}{3}+\cdots+\dfrac{C(n,n)}{n+1}=$? .... [台南高商1]

18. 求 $\sqrt{x^2-12x+40}+\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{y^2-8y+20}$ 之最小值......... [台南高商2]

19. $\overrightarrow{OP}=(\sin a-\cos b,\sin a+2\cos b,2\sin a+\cos b), 0\le a\le\dfrac{\pi}{6}, 0\le b\le\dfrac{\pi}{3}, O$ 爲原點, 求所有 P 點所成之集合面積 .... [台南高商3]

20. 以一個正方體之頂點爲頂點的四面體有幾個? .... [台南高商4]

21. 有大小二圓相交於 A, B 兩點, 在大圓上一點 C, 小圓上一點 D, 且 CD 過 B 點,$\angle ACD = 45°, \angle ADC = 60°$, 若大圓面積爲 M, 小圓面積爲 N, 求 $\dfrac{M}{N}$ ....[台南高商5]

22. 設 $P(a, a^2), Q(b, b^2)$爲拋務線 $y = x^2$ 上相異二點, 過 P, Q 兩點作拋物線之切線交於 R 點, 若 PQ 與拋物線圍成之區域的面積爲 S_1 , 兩切線與拋物線圍成之區域的面積爲 S_2 , 求 $\dfrac{S_1}{S_2}$ ....[台南高商6]

23. 設 a, b, c 都是實數 $a^2 + b^2 + c^2 = 1, a^3 + b^3 + c^3 = 1$ 求 $a + b + c$ 所有可能的值?

24. 方程式 $x^3 - kx^2 + \dfrac{(k^2-1)x}{2} - (\dfrac{k^3}{6} - \dfrac{k}{2} + \dfrac{1}{3}) = 0$ 有三實根 求 k 之範圍?

25. 試就實數 k 討論方程式 $x^3 + 3kx^2 + 3x + 1 = 0$ 解之情形?

26. 設集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 若函數 $f : A \to A$ 滿足:
任意 $x, y \in A$ 且 $y \equiv 2x(\mod 6)$ 恆有 $f(y) \equiv 2f(x)(\mod 6)$, 則稱 f 爲好函數,試求有多少個由 A 映到 A 的好函數?

27. 設 a, b, c 爲多項式 $x^3 - 8x^2 + 8x - 1 = 0$ 的三個根, 對於任一個非負整數 n, $S_n = a^n + b^n + c^n$, 試求S_{2000} 的個位數?

28. $\lim\limits_{n\to\infty} (1 - (\dfrac{1}{n} \cos \dfrac{a}{n}))^n$ =?Ans:1/e ....[北縣聯招]

29. 設 2 盞垂直於地面之路燈, 分別爲 $(0, 0), (6, 0)$, 燈高分別爲 4 單位與 6 單位, 某人拿 2 單位的直木條, 垂直於地面上沿著某封閉圖形移動, 發現此 2 盞 路燈照射所形成的 2 個影子等長, 問此封閉圖形之方程式爲何?

30. 用利美佛定理, 表示出$\sin 5\theta$ =?(用$\sin\theta$表示) $\cos 5\theta$ =?(用$\cos\theta$表示) ..[新竹高中1]

31. $a > b, a, b$ 爲實數, 聯立$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} \le 1, \dfrac{x^2}{b^2} + \dfrac{y^2}{a^2} \le 1$,$A$ 爲其交集之面積, 求 A=? [新竹高中2]

32. 用兩種方法證明算幾不等式? ....[新竹高中3]

33. 空間中一球面 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 4$, 一平面 $E : y - z = 2$,C 爲 E 截 S 的圓, 若此圓在 xy 平面投影之曲線方程式爲 $x^2 + ay^2 + bx + cy + d = 0$, 求 (a, b, c, d)[台東女中]

34. G 爲$\triangle OAB$之重心, 一直線過 G 點, 與 OA 交於 P, 與 OB 交於 Q , 若$\overrightarrow{OP} = 5\overrightarrow{PA}$. 求 $PG : GQ$

35. 曲線 $y = x^2$ 與直線 $y = 0, x = 2, x = 4$ 所圍成的區域, 將 $(2, 4)$ 分成 n 等份, 若此面積的上和爲 $U_n = a + \frac{b}{n} + \frac{c}{n^2}$, 求 (a, b, c)

36. 設 $\triangle ABC$ 中,$A(1, 3), B(1, 7), C(4, 3)$, 且 $P(x, y)$ 爲內部一點.$PD \perp BC$ 且交 BC 於 D, 同理, $PE \perp AC$ 於 E,$PF \perp AB$於 F, 則當 P 點座標爲? 時, $\frac{BC}{PD} + \frac{AC}{PE} + \frac{AB}{PF}$ 有最小值爲? Ans: (2,4), 12 ....[竹山高中]

37. 甲箱中有二紅球, 乙箱中有三白球, 今每次自各箱中取一球交換, 則
(1) 略
(2) 經長期交換, 呈穩定狀態後, 有兩紅球在甲箱的機率爲? Ans: 3/10

38. 解方程式: $\begin{cases} a & + & b & + & c & = & 4 \\ a^2 & + & b^2 & + & c^2 & = & 12 \\ a^3 & + & b^3 & + & c^3 & = & 28 \end{cases}$ 的 (a,b,c) 之值。

Ans: $(42, 1+\sqrt{3}, 1-\sqrt{3})$

39. 試求 $7x^2+13y^2=5z^2$ 的正整數解?Ans:(x,y,z) =(1,1,2) 與 (4,1,5)

40. 設 a 爲任意數, 符號 $[a]$ 表示不大於 a 的最大整數, 符號 $a=a-[a]$, 試求解:

$\begin{cases} x & + & [y] & + & z & = & 1.5 \\ y & + & [z] & + & x & = & 7.7 \\ z & + & [x] & + & y & = & 2.6 \end{cases}$ 的 (x,y,z) 之值。

41. 試求 $\begin{cases} 2x & + & y & - & z & = & 1 \\ 8x^3 & + & y^3 & & & = & z^2-1 \end{cases}$ 的正整數解。

42. 小明與女友約在下午4點到6點在公園門口見面
(1) 若約定任何人先到都等候30分鐘, 問2人相遇的機率?
(2) 若約定曉明先到時等候30分鐘, 女友先到時不用等, 問2人相遇的機率?

43. 試證: 0^0 無意義

44. ”我愛人人人人愛我”八字排成一列, 求同字不相鄰之排法幾種?

45. 四個美國人, 四個日本人, 四個德國人排成一列, 只看國籍, 求同國籍不相鄰之排法共幾種?

46. aaabbbcccde 排成一列, 求同字不相鄰排法共幾種?

47. 設滿足 $z^{52}-z^8-1=0$ 及 $|z|=1$ 的複數共有 $2n$ 個。這些複數的極式 $z_m=\cos\theta_m+i\sin\theta_m$ 其中 $0<\theta_1<\theta_2<\cdots<\theta_m<\cdots<\theta_{2n}<360^\circ$ 試求 $\theta_2+\theta_4+\theta_6+\cdots+\theta_{2n}=$?

48. 設 n 是任一正整數, 且$n=a_0+a_1p+a_2p^2+\cdots$, p 是質數, 且 $0\le a_i<p$, 證明 $n!$ 的質因數分解中, 質因數 p 的次數 是 $\dfrac{n-S_n}{p-1}$, 其中 $S_n=a_0+a_1+a_2+\cdots$

49. 若 $n!$ 展開後末尾有 1980 個0, 求最小正整數 $n=$?

50. 設 a,b,c 爲正數, 試證:$\sqrt{ab(a+b)}+\sqrt{bc(b+c)}+\sqrt{ca(c+a)}>\sqrt{(a+b)(b+c)(c+a)}$

51. 設 a,b,c 爲正數, $abc(a+b+c)=1$, 求 $(a+b)(a+c)$ 的最小值

52. 設 $a_1=1, a_{n+1}=\dfrac{1}{16}(1+4a_n+\sqrt{1+24a_n})$, 求$a_n$ ....[1981年 IMO 預選題]

53. 數列 $<a_n>, a_1=2, a_n=\dfrac{3a_{n-1}+1}{a_{n-1}-1}, \forall n\ge 2$, 求 $a_n=$?

54. 設 $\triangle ABC$ 爲銳角三角形, 頂點 A 到外心與到垂心的距離相等, 已知 $AB>AC$ 且 $BC=1$, 求 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑

55. 設 $f(x)=3\sin^2x-5\cos^2x-\cos x-3\sin x+6\cos x\sin x$, 求 $f(x)$ 的最大值

56. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{2})^2\cos(\frac{2n\pi}{3})=$

57. 若 x 爲實數, 則 $f(x)=2x+3\sqrt{x^2+36}$的範圍?

58. 若$f(x)=\dfrac{1}{1+\tan^3 x}$, 則$f(\dfrac{91\pi}{2002})+f(\dfrac{92\pi}{2002})+\cdots+f(\dfrac{910\pi}{2002})=?$

59. 設 $f(x)+f(\dfrac{x-3}{x-2})=x-1, x\neq 2$ 求$f(x)=?$

60. 一四面體$ABCD$, 若$\angle ABC=\angle ACD=\angle ABD=60°$,$AB=2, AC=3, AD=4$, 求此四面體體積 ....[93南女]

61. a,b,c爲實數, 若
$a^3+b^3+2(a^2+b^2)=b^3+c^3+2(b^2+c^2)=c^3+a^3+2(c^2+a^2)$,
求$a+b+c$與$a^2+b^2+c^2$ ....[91高雄完全]

62. 設$a,b,c\in R$, 且 $\begin{cases} a^3-b^2-c^2+2a+13=0 \\ b^3-c^2-a^2+2b+13=0 \\ c^3-a^2-b^2+2c+13=0 \end{cases}$
求 (1)$a+b+c$ (2)abc ....[93南一中]

63. 一三次多項式滿足$f(2001)=1, f(2002)=3, f(2003)=2, f(2004)=5$求$f(2005)$ [94陽明]

64. $a_1=\sqrt{2}, a_{n+1}=\sqrt{2+a_n}$, 試問$<a_n>$收斂嗎? ....[94陽明]

65. 袋中有3白球、3黃球、4紅球, 取後不放回, 求
(1) 白球先取完的機率
(2) 若X表白球取完的次數, 求X的期望值

66. 請問在3^{2000}與3^{2001}之間有多少個37的倍數?

67. 求與曲線$y=x^4-2ax^3$切於兩點之切線方程式?

68. 若 a 爲質數, 試問 2^a-1 是否爲質數?

69. 試證 n 爲正整數, 試證 $\dfrac{1}{2}\leq\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+2}+\dfrac{1}{n+3}+\cdots+\dfrac{1}{2n}<\dfrac{3}{4}$

70. n 是一個四位數的自然數, 不是某數的立方,n 共有 4 個相異的正因數, 若 n 本身不算在內 他的三個正因數的和等於 1000, 則n 的值爲何 ....[高師大附中1]

71. 兩個三角板,A 三角板 $30°, 60°, 90°$,B 三角板 $45°, 45°, 90°$, 已知 A 三角板較長的股與 B 三角板的斜邊等長, 則由此兩個三角板, 求 $\sin 15°$ 及 $\sin 75°$ 的值?(不能用和差公式或倍角半角公式) ....[高師大附中4]

72. n爲小於100的正整數,$1^n+2^n+3^n+4^n$ 爲10的倍數, 求所有 n 的和? ......[華江]

73. 設a,b,c 爲三角形之邊長且 a,b,c 爲正整數,$a<b<c$, 若三角形周長等於三角形面積求所有數對 (a,b,c)? ....[基隆高中]

74. 設橢圓 $\Gamma:\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的外切矩形中面積最大的矩形面積爲 A , 又橢圓 Γ 的內接三角形中面積最大的三角形面積爲 B。則 $\dfrac{B}{A}$ 之值爲下列何者? ....[和美]
(a) $\dfrac{9\sqrt{3}}{14}$ (b) $\dfrac{3\sqrt{3}}{16}$ (c) $\dfrac{9\sqrt{3}}{50}$ (d) $\dfrac{9}{28}$ (e) $\dfrac{2}{7}$

75. 設 n, a 爲自然數, 試證: 有無限多個a 使得 $n^4 + a$ 必不爲質數。

76. 四邊形 ABCD 外切於圓 O, 若$AC \perp BD$ 試證: $AB \times CD = BC \times AD$ [高師大附中6]

77. 設 $0 \le A < B \le \dfrac{\pi}{2}$ 證明 $\dfrac{\sin A}{A} > \dfrac{\sin B}{B}$

78. 設 n, a, b 爲自然數, 若 $n = a + b + ab$, 則稱n 爲「好數」, 若 n 不超過100, 則屬於「好數」的 n 共有幾個?..[高師大附中3]

79. 設 x 爲實數,x 滿足 $3^x + 4^x = 5^x$, 求 $x =$?

80. 圓內接五邊形 $ABCDE, AB = BC = CD = DE = 4, AE = 1$ 求 $(1 - \cos\angle ABC)(1 - \cos\angle ACE) =$?................................[94新竹高商1]

81. 求 $7 \times 31 \times \cdots \times 2887$ 的末兩位數字。(7、31、...、2887是等差數列, 公差24) [94新竹高商2]

82. $\triangle ABC$,P 爲任一點若 $5\overrightarrow{AP} = 6\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$, 則$\triangle ABP$:$\triangle ABC$ ....[中二中]

83. 橢圓兩焦點 $F_1(7,3), F_2(-1,-3)$, 若直線 $L : x - y + 2 = 0$ 與橢圓相切, 求此橢圓短軸

84. 一四面體底爲正 $\triangle BCD$ 邊長6, $AB = AC = AD = 5$ 若 P 在 AB 移動 求$\triangle CPD$ 面積最小值

85. 設 $\triangle ABC$,a, b 爲定值 c 不定, 求 $\dfrac{\cos A}{a} + \dfrac{\cos B}{b} + \dfrac{\cos C}{c}$ 之範圍

86. 設 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + ax + b$, 在 $(0, f(x))$ 有一切線, 此切線與 $f(x)$ 另一交點爲 $(c, \frac{37}{2})$, 又 $f(x)$ 有極值 $f(p), f(q), p \ne q, f(p) + f(q) = \frac{7}{3}$ 求極大值

87. 設 a爲正實數,n 爲自然數, 證明 $x^n - a = 0$ 恰有一正實根

88. 設 A, B 兩人同時不同速不同直線由 C 地出發, 求 $\triangle ABC$ 外接圓心軌跡

89. 一直線上任取兩點得三線段, 則此三線段能成一三角形之機率

90. 設 a, b, c 爲質數, 解 $a^b + b^a = c$

91. x^{30} 除以 $(x^2 + 1)(x + 1)^2$ 的餘式多少 ?。..........................[中壢高中1]

92. $\sqrt{x^2 - 2x} = mx - 5m + 7$, 當 x 有兩相異實根時, 求 m 的範圍。.....[中壢高中2]

93. 空間中, 在 XY 平面上有一個單位圓, 圓心在 $(0,0,0)$, 有一圓內接正十三邊形 假設十三邊形頂點分別爲 $A_0, A_1, A_2, ...A_{12}$, 空間有一點 $P(3,4,5)$ 問 $\displaystyle\sum_{i=0}^{12} PA_i^2 =$?
[中壢高中3]

94. 數值資料 $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ 之平均數爲 $\overline{X}$, 中位數爲 Me, 標準差爲 S, 令 $P = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} |x_i - Me|$,$Q = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{X}|$, $R = \sqrt{\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} (x_i - Me)^2}$, 試比較 P, Q, R, S 之大小順序 ....[中壢高中4]

95. 二次曲線 $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$ (數據不一定對) 求焦點?[中壢高中5]

96. 求 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}[\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n^2+2^2}+\sqrt{n^2+3^2}+\ldots+\sqrt{n^2+n^2}]$之值爲何?

97. n 爲自然數 a,b 爲正實數, 已知 $a+b=2$ 則 $\frac{1}{1+a^n}+\frac{1}{1+b^n}$的最小值爲何? [94高師大 7]

98. 試證:$1^{2005}+2^{2005}+3^{2005}+\cdots+2004^{2005}$ 可被 $1+2+3+\cdots+2004$ 整除。 . ... [94高師大 5]

99. $\triangle ABC$ 中,O 爲外心 H 爲垂心,M 爲 BC 中點, 若 OH 平行 BC, 且 $OH=5.5, OM=2.5$, 求 $BC=?$ .... [岡山農工]

100. 形狀大小都相同之4顆紅珠,5顆白珠,5顆紫珠共14顆串成一個項鍊, 共有幾種情形?

101. OA,OB,OC 兩兩垂直, 試證 $(\triangle OAB)^2+(\triangle OBC)^2+(\triangle OAC)^2=(\triangle ABC)^2$

102. 兩集合 $A=\{x_1,x_2,\ldots,x_m\}, B=\{f_1,f_2,\ldots,f_n\}$ 集合 B 中之 f_i 是 A 到 A 的函數 $(i=1,2,\ldots,n)$ 若 $X_i=\{f|f_i(x)=x\}, Y_i=\{x|f(x_i)=x_i\}$ 試證 $|X_1|+|X_2|+...+|X_n|=|Y_1|+|Y_2|+...+|Y_m|$ .... [93南一中]

103. cosA+cosB+cosC=0,sinA+sinB+sinC=0 求 cosAcosB+cosAcosC+cosBcosC=?

104. 正方形中有一定點 P, 已知此定點到正方形的其中三頂點距離分別爲 5,12,17. 試求此正方形的邊長. .... [93中山女中 2]

105. 三角形三中線分別爲6,4,3, 求三角形之面積。.................... [91高雄縣]

106. 8個人排成一列, 試求甲乙丙三人不與丁戊相鄰的排法 .... [93中女中二.2]

107. $\sin x+\sin y=\frac{1}{2}, \cos x+\cos y=\frac{1}{3}$,
試求 (1) $\cos(x-y)$ (2)$\cos(x+y)$ .... [91高雄縣7]

108. 正 $\triangle ABC$ 內部有一點 P, 其中 $PA=10, PB=8, PC=6$,
問 $\triangle ABC$ 面積爲多少?.................... [93松山高中2]

109. 依次投票中, 共有20名投票學生, 五位候選人, 每人三票不記名且必須投不同人, 試問有幾種開票結果 .... [93中山女中5]

110. 試求 $\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}=?$ .... [90新化高中4]

111. 若 $|z|=1$, 且 $z^5+z=1$, 求 $z=?$ .... [93雄中1]

112. 試求 $cot^{2003}\frac{\pi}{12}+tan^{2003}\frac{\pi}{12}$ 除以 9 的餘數 .... [92雄中]

113. 已知 $\triangle ABC$中 $\angle B$ 是 $\angle C$ 的2倍,$\angle A$ 的角平分線交BC於D, $AB=CD$, 則 $\angle A=?$ [94羅東高中]

114. 若 a,b,c,d,e 均爲實數, 又 $a+b+c+d+e=8$, 且 $a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=16$ 則 e 之最小值爲 m, 最大值爲 n, 求 m,n 之值。.................... [93彰化女中]

115. P 是1的三次方根,Q 是1的四次方根,P 和 Q 不等於1, 在複數平面上,O爲原點, 求 $\triangle OPQ$ 面積最大爲? .... [台南女中]

116. 甲乙丙丁進行比賽, 若同分則名次相同, 則有多少種不同排名

117. 凸四邊形四邊長分別爲 a,b,c,d, 對角線所夾銳角 $45°$, 以 a,b,c,d表四邊形面積

118. 找出所有正整數 m, n 使得 $(m+n)^m = n^m + 1413$

119. 求所有函數 $f(x)$, 對任意實數 x, $|x| \neq 1$, 滿足 $f[\frac{x-3}{x+1}] + f[\frac{3+x}{1-x}] = x$

120. $0 \leq x \leq 360$, 試解不等式 $\cos x + 4\cos^2 x + \sin x < 4$ . . . . [左營高中92]

121. A, B, C 為三角形三內角, 證明 $1 < \cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$

122. $\triangle ABC$ 中,O 為內部一點,$\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 120°$, 設 P 為內部一點, 證明 $PA + PB + PC \geq OA + OB + OC$ . . . . [92年雄中]

123. 橢圓兩焦點 $F1(-2, 1), F2(4, 7)$, 橢圓與 X 軸相切, 試求長軸長 . . . . [93中二中一.2]

124. 設 $\omega = \cos\frac{2\pi}{7} + i\sin\frac{2\pi}{7}$, 試求:
(1) $|1-\omega| =$?
(2) $\sin\frac{\pi}{7}\sin\frac{2\pi}{7}\sin\frac{3\pi}{7}\sin\frac{4\pi}{7}\sin\frac{5\pi}{7}\sin\frac{6\pi}{7} =$?

125. 甲袋有100元鈔票兩張, 乙袋有50元鈔票兩張, 自甲. 乙隨機各取一張交換稱為一局, 則
(1) 第三局結束時, 甲袋分別有200元,150元,100元之機率
(2) 依此長期交換, 甲袋有錢幣之期望值

126. $\triangle ABC$ 為銳角三角形, 證 $\sin A + \sin B + \sin C > \cos A + \cos B + \cos C$

127. 一線段上任取兩點, 分成三線段, 求此三線段可圍成銳角三角形的機率?

128. 在半徑為1的圓周上任取三點 ABC, 求 ABC 三點可落在同一半圓 周內的機率? ANS:3/4

129. 袋中有五個白球六個黑球 從中取出一球 若為白球 則再加一個白球 兩個球一起丟回袋中, 若為黑球 則再加一個黑球 兩個球一起丟回袋中, 如此反覆九次 請問第十次抽到白球的機率為何?

130. 若 c 為一個不為零之整數, 且數列 a_n 滿足: $a_1 = 2, a_{n+1} = c \times a_n + \sqrt{(c^2-1)(a_n^2-4)}$ $, n = 1, 2, 3, \cdots$ 試證 a_{2000} 為一整數 . . . . [94雄工1]

131. a, b 均為正整數, 若 a 之所有正因數乘積 $= b$ 之所有正因數乘積, 試證 $a = b$ [94雄工2]

132. 函數 $f(x) = \dfrac{k^x}{x!}, k > 0$ 為一常數,x為正整數或零, 試問 x 為多少時 $f(x)$ 有最大值? [94雄工3]

133. 一直角三角形兩股長為 a, b 當銳角頂點 A, B 在互相垂直的軸上移動時, 求直角頂點C之軌跡方程式 . . . . [94雄工4]

134. 已知一數列 $< a_n >$ 若 $a_1 = 1998^{1998}$ 且當 $n > 1, a_n = a_{n-1}$ 的數字和, 試求$a_5 =$? [94雄工5]

135. P 為正方形 $\square ABCD$ 內部一點, 且 $\overline{AP} = 7, \overline{BP} = 5, \overline{CP} = 1$, 求四邊形 $APCD$ 面積=?

136. 設$\triangle ABC$中,$\angle A = 45°, tan(\angle ABC) = 2, H$為垂心,
求$\triangle BHC : \triangle AHB : \triangle AHC$=?

137. 有十人要看電影, 電影票一張50元, 十人中有4人手拿100元鈔票, 其他6人手拿50元, 今售票員不另外準備零錢找錢, 但又可以讓這十位客人都順利買到票的方法數有多少種?

138. 一袋中有4顆紅球,3顆藍球,5顆黑球, 每次取一顆, 取後不放回, 求紅球先取完的機率爲?

139. 凸 n 邊形對角線段相交可以將對角線段分割成小線段, 問這樣的小線段最多有幾段?

140. 甲乙兩人各自寫一個三位數, 隨便寫, 寫完後拿來對, 求甲所寫數字沒有任何一個數字與乙相同的機率?

141. 已知凸 n 邊形有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 條對角線, 試問對角線能在n邊形內部最多分成幾個區域? (當$n \geq 4$) .... [94雄女1]

142. n 封信及 n 個信封, 每封信對應一個信封, 試求:

   (a) 沒有一封信放對的機率函數爲 $f(n)=$?

   (b) $\lim_{n\to\infty} f(n)=$?

   .... [94雄女2]

143. 已知雙曲線:$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=1$, 若 L 爲過第一象限之漸近線, 現有一隻螞蟻在雙曲線上靠近 L往右上方爬, 試問當爬到雙曲線上點 x 值爲多少時, 其與 L之距離小於0.2? (1)38(2)55(3)60(4)71 .... [94雄女3]

144. 已知 $p>q>1$, 且皆爲正整數, 又 $x>0$ 試證 $\dfrac{x^p-1}{p} \geq \dfrac{x^q-1}{q}$ .... [94雄女4]

145. $\triangle ABC$試證 $1<cosA+cosB+cosC \leq \frac{3}{2}$ .... [94雄女5]

146. $|x(x-2)|+2|(x-2)|-ax=5$ 有四個相異實根, 試求 a 之範圍 ...... [94雄女6]

147.

$$\text{三直線}\begin{cases} L_1: & \dfrac{x+2}{a} = \dfrac{y-1}{b} = \dfrac{z-2}{c} \\ L_2: & \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{4} \\ L_3: & \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z-1}{2} \end{cases}$$

已知L_1,L_2交於P且L_1,L_3交於Q試求$\overline{PQ}$長爲何? .... [94雄女7]

148. $A(0,0)$ 若 P在圓 $x^2+y^2=3$上, 且 $\overline{AB}=5,\overline{AC}=\sqrt{7},\overline{BC}=2\sqrt{10}$ 試求 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$之最大值

149. 若$0 \leq x \leq \dfrac{\pi}{2}$, 試求$y=9tan^2x+4cot^2x+12tanx+12cotx$的最小值 .[94中一中]

150. 設$\frac{-5\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{-\pi}{3}$, 試求 $\tan(\theta+\frac{2\pi}{3})-\tan(\theta+\frac{\pi}{6})+\cos(\theta+\frac{\pi}{6})$ 之最大值 [94中壢家商]

151. 在$\triangle ABC$中,$BC=6,AC$之高爲3 ,AB之高爲4, 求$\triangle ABC$面積?

152. 白球5個, 黑球6個, 遊戲方式爲, 取出放回, 並增加你所取的色球1個, 求第10次取得白球之機率?

153. 若a,b是正整數, 且$[a,b]=3600$, 求有幾組解? .... [北一女]

154. 若a,b,c均爲整數, 且$[a,b,c]=1800$, 則 數對(a,b,c)有幾組解?

155. 設$\triangle ABC$的三邊a,b,c所對應的高分別爲h_a,h_b,h_c, 且$\tan A=1,\tan B=2,\tan C=3$ 求$\dfrac{abc}{h_ah_bh_c}=$?

156. 求與曲線$y = x^4 - x^3 + 2x$切於相異兩點之切線方程式? ....[94蘭陽女中]

157. 求等軸雙曲線$(x^2 + 3y^2 - 4x - 2y - 6) + m(y^2 + xy - 8) = 0$ 之
(1)m (2) 兩漸近線 (3) 共軛雙曲線 ....[94蘭陽女中]

158. 求$f(x) = 2\sin^2 x + 9cos^2x + 8\cos x + 6\sin x + 24\sin x\cos x + 9$ 之最大值[94蘭陽女中]

159. 解方程式 $x^3 - 6x - 6 = 0$ ....[94中正高工1]

160. 已知一直角三角形之周長爲 2s, 求此直角三角形面積之最大值........[94中正高工2]

161. 設$p = \frac{3+\sqrt{13}}{2}, q = \frac{3-\sqrt{13}}{2}, a_n = \frac{p^n - q^n}{\sqrt{13}}$
(1) 試以 a_n及a_{n+1} 表示a_{n+2}
(2) $\forall n \in N$, 試證a_{3n}爲10的倍數..............................[94中正高工3]

162. 設$a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{k}{a_n}), a_n > 0$, k爲定數且$k > 0$
(1) 試證a_n收斂
(2) 求 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ ....[94中正高工4]

163. $x \geq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty}(\sin\sqrt{x+1} - \sin\sqrt{x}) =?$ ....[94中正高工5]

164. $n \in N$, $|r| < 1$, 試求 $\lim\limits_{n\to\infty} nr^n =?$..............................[94中正高工6]

165. 若 $x, y, z \in R, x + y + z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 求 $x^3 + y^3 + z^3$ 之最大值和最小值. [94中正高工7]

166. 若有9個人共同擁有一個保險箱, 且任意3個人以上 (包含3個人) 就可以打開保險箱, 請問這個保險箱至少需要幾把鎖和幾把鑰匙?.......................[94中正高工8]

167. 如圖, 二垂直走道, 寬各爲24、81 現有一鋼管, 若不考慮鋼管直徑厚度, 問鋼管最長爲多少, 仍可以通過走廊? ....[94建中1]

168. 用 abc 三個字母組成長度爲 n 且有偶數個 a 的字串有_____ 種。.........[94建中2]

169. 求大於$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6$的最小整數爲 ....[94建中3]

170. 足球是由正五邊形和和正六邊形組成, 且每一頂點恰都有一個五邊形和2個六邊形, 問一顆足球總共有五邊形_____ 個, 六邊形_____ 個......................[94建中4]

171. 說明你的解法給學生瞭解: ....[94建中5]
a. 4相異球放入5相異籃子, 每籃最多只有1球的機率
b. 4相異球放入5相同籃子, 每籃最多只有1球的機率
c. 4相同球放入5相異籃子, 每籃最多只有1球的機率
d. 4相同球放入5相同籃子, 每籃最多只有1球的機率

172. 設a, b, c, x, y, z均爲實數, 若 $x^2+y^2+z^2 = 4, a^2+b^2+c^2 = 9$, 則行列式 $\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & -b & c \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$的最大值爲?

173. 求與$L_1 : 3x + 4y + 2 = 0$與$L_2 : 5x - 12y - 6 = 0$相切且過$A(4, 1)$之圓方程式 . [94建中4]

174. 若$\cos\theta$是$8x^3-4x^2-4x+1=0$之一根, 求所有可能的θ值 $(0\le\theta\le 2\pi)$[94建中4]

175. 將長方形$ABCD$沿著對角線 摺起, 使平面ABC與平面ACD互相垂直, 已知$AB=a, CD=b$, 則以a,b表示BD之長 .... [94台中縣]

176. 在座標平面上的四點$(0,0),(1,0),(0,1),(3,4)$試找出點$P(x,y)$使P到四點的距離和爲最小

177. 圓周上有相異七點, 連此七點有$C(7,2)=21$條弦, 若這些弦均不平行亦不三弦共點, 則此21條弦所圍成的三角形中, 恰有兩頂點在圓周上者共有幾個? .... [94和美]

178. $\triangle ABC$中, 試證$\cot A+\cot B+\cot C\ge\sqrt{3}$

179. 設 x,y,z,k 都是正整數, 求 $x+2y+3z=k$ 之正整數解共幾組?(以 k 表示)

180. 正 n 邊形對角線在內部有幾個交點?

181. 凸 n 邊形對角線在內部最多有幾個交點?

182. 設 $a_1=3, a_2=7, a_{2n+1}=2a_{2n}-a_{2n-1}, a_{2n+2}=3a_{2n+1}-a_{2n}, \forall n\in N$, 試求a_{94}與 a_{2005} 被 3 除所得的餘數

183. 求 $1^2-2^2+3^2-4^2+...+(-1)^{n-1}n^2$ 之和

184. 四邊形 $AOBE$ 中,$\angle AOB=60^\circ, \angle OBE=90^\circ, AE=a, EB=b$,
令 $\overrightarrow{OE}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$, 將 α 與 β 以 a,b 表示 .... [94蘭女三招]

185. 若 $xy=x+y, x^2+y^2=a$ 恰有三組解, 求 a 值

186. 設 $x+y+z=1, x^2+y^2+z^2=2, x^3+y^3+z^3=3$, 求 $x^4+y^4+z^4=?$

187. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{[(n+1)(n+2)...(n+n)]^{\frac{1}{n}}}{n}=?$

188. 試證 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}[(n+a_1)(n+a_2)...(n+a_m)]^{\frac{1}{m}}-n=\frac{(a_1+a_2+\cdots+a_n)}{m}$

189. 設 f,g 爲可微分函數, 且 $f(x+2y)=f(x)+g(y), \forall x,y\in R$
(1) 試證 $f'(x)$ 爲定值
(2) 若 $f(0)=1, f'(0)=2$, 求 $g(5)=?$

190. 四面體 $ABCD$ 稜長分別爲 $AB=a, AC=AD=BC=BD=5, CD=4$, 求使四面體體積最大時的 a 值

191. 設 $x,y>0$, 令 $A=\sqrt{x+2}, B=\sqrt{y+3}$, 求 $\dfrac{A+B}{\sqrt{A^2+B^2}}$ 之最大值

192. 設 $\triangle ABC$ 之三邊長爲 a,b,c, 面積爲 $\dfrac{1}{4}$, 外接圓半徑爲1,
試證 $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}<\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$

193. 一正方形 $ABCD, E, F$ 分別爲 BC, CD 中點, 以 AE 與 AF 爲折痕將正方形折合成一三稜錐 $A-CEF$, 若此錐內切球的體積爲 a, 此錐體積爲 b, 求$\dfrac{a}{b}$

194. 求六稜長爲 a,b,c,d,e,f 之四面體之體積?

195. 試證 2003 爲 $1\times3\times5\times\cdots\times2001+2\times4\times6\times\cdots\times2002$ 的因數

196. 設 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+........+a_1x+a_0$ 爲一整係數多項式, 若 px^2+qx+r 爲 $f(x)$ 之因式, 其中 $(p,r)=1$, 則 $p|a_n$ 且 $r|a_0$

197. $a_0=2, a_n=\dfrac{\sqrt{3}a_{n-1}+1}{\sqrt{3}-a_{n-1}}=p+q\sqrt{3}, p,q\in R$, 求 $a_{2002}=?$ ....[94新竹高商]

198. 長方體 $ABCD-EFGH$ 任兩頂點連線, 共可決定幾組歪斜線?

199. 求過 $A(2,0)$及 $B(6,0)$兩點且與 $y=x^2$ 相切的圓方程式?

200. 用兩個方法證明商高定理。.......................................[94高師大附中2]

201. 試證 $2C(n,2)+9(n,3)+12C(n,4)+5C(n,5)-3C(n+2,5)=2C(n+3,5)$ [94新豐]

202. 三角形三邊長爲 a,b,c 試證 $\dfrac{a^2+b^2}{2c}+\dfrac{b^2+c^2}{2a}+\dfrac{c^2+a^2}{2b}\le\dfrac{a^3}{bc}+\dfrac{b^3}{ac}+\dfrac{c^3}{ab}$

203. $3x^2+2y^2+3z^2-2xy-2yz=10$, 求一變換使其無 xy 和 yz 項, 並求其方程式。

204. 10^{2000} 被 $10^{100}+3$ 除, 商的個位數爲 a, 餘數的個位數爲 b, 求數對 (a,b)

205. 高斯符號 $[\dfrac{10^{93}}{10^{31}+3}]$ 的末尾兩位數字和爲?ANS:8

206. 1號有6張,2號有6張,3號有6張,4號有6張,5號有6張, 請問取 8 張出來排列之情形有幾種 ....[94武陵高中]

207. $\triangle ABC$, 證明 $a^2(b+c-a)+b^2(a+c-b)+c^2(b+a-c)\le3abc$ [94武陵高中]

208. 4個紅球、6各黑球, 任取 $1\le K\le10$ 個, 求紅球之期望值? ....[94武陵高中]

209. 某人在牆邊使用3枝2公尺長的木條, 圍成四邊形的最大面積爲多少平方公尺?(木條不能折斷)

210. $\triangle ABC$ 的三邊長爲正整數,$\angle A=2\angle B,\angle C>90^\circ$, 求 $\triangle ABC$ 周長的最小值.[92三重高中]

211. 四邊形 $ABCD, AB=3, BC=4, CD=6, DA=5$ 問 AC 爲多少會使 $ABCD$ 有最大面積? ....[94宜蘭高中]

212. $f(x)=1/2f(1/2)+1/5f(1/5)+3/10f(3/10)$ 爲一多項式函數, 證 $f(x)=0$ 在0到2之間有實根...[94北一女]

213. $a_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{4k^2+k}}$, 請問數列 a_n 收斂嗎? 爲何?.....................[94北一女]

214. $aaabbbcccde$ 排成一列, 同字不相鄰的排法共有幾種??

215. $a=\cos\dfrac{2\pi}{7}+i\sin\dfrac{2\pi}{7}$ 求 $\displaystyle\sum_{k=1}^{6}\frac{a^{2k}}{1-a^k}$=? ....[高雄縣]