

15. 設 $x \geq 0$ ，試問不等式 $\sqrt[3]{4(x+8)} \leq \sqrt[3]{x} + 2$ 之解為何？【100.家齊女中 ★☆☆】

【解】：

$$\text{令 } \sqrt[3]{x} = t \geq 0 \Rightarrow t^3 = x \Rightarrow t^3 + 8 = x + 8$$

$$\text{則原式可更改為 } \sqrt[3]{4(t^3 + 8)} \leq t + 2$$

$$\Rightarrow 4(t^3 + 8) \leq t^3 + 6t^2 + 12t + 8 \Rightarrow 3t^3 - 6t^2 - 12t + 24 \leq 0$$

$$\Rightarrow t^3 - 2t^2 - 4t + 8 \leq 0 \Rightarrow (t - 2)^2(t + 2) \leq 0$$

$$\text{故滿足題意的解 } t = 2 \Rightarrow x = 8$$